

- 
3. Xiong Y. and Pulli K. Fast panorama stitching for high-quality panoramic images on mobile phones // IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2010. Vol. 56, no. 2. P. 298–306.
  4. Brown M., Lowe D. G. Automatic panoramic image stitching using invariant features // International Journal of Computer Vision. 2007. Vol. 74, no. 1. P. 59–73.
  5. Конушин А. Следование за точечными особенностями сцены // Компьютерная графика и мультимедиа. 2003. Вып. № 1(5). 154 с.

УДК 519.17

**А. О. Пшеничных, Э. И. Ватутин**

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет» (Россия, Курск)

## О ВЫБОРЕ НАЧАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ПРИ ПОИСКЕ СУБОПТИМАЛЬНОЙ РАСКРАСКИ ГРАФА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА СЛУЧАЙНЫХ БЛУЖДАНИЙ

В работе приводится описание влияния метода, используемого для нахождения первичного решения, впоследствии используемого как базовое, на качество решений метода случайных блужданий при поиске хроматического числа графа. Для разработанных программных реализаций приведены оценки временных затрат и скорости сходимости.

**Ключевые слова:** хроматическое число графа; эвристические методы; методы случайного перебора; теория графов; метод случайных блужданий.

Существует большое количество практически важных задач, которые допускают полиномиальную сводимость к задачам теории графов. Одна из таких – раскраска графа  $G = \langle A, V \rangle$  в минимальное количество цветов, применяемая при разбиении графов, составлении расписаний, компиляции программ, решении задач на базе латинских квадратов и пр.

Метод случайных блужданий (англ. Random Walks, сокр. RW) основан на итеративных попытках модификации уже существующего решения с целью повышения его качества [1]. В простейшем одномерном случае оптимизации целевой функции ее аргумент получает ряд случайных приращений.

$$x_n = x_0 + \sum_{k=1}^n r_k, \quad (1)$$

где  $x_0$  – начальное значение аргумента;  $x_n$  – значение аргумента на  $n$ -й итерации;  $r_k$  – некоторый ряд случайных величин с заранее заданным законом

распределения, для каждого из которых производится вычисление значения целевой функции с последующим выбором наилучшего.

В случае решения задач дискретной оптимизации применение метода сводится к применению модифицирующей операции к текущему решению с целью получения нового решения и оценки его качества, что повторяется до получения  $C_{\max}$  решений с последующим выбором наилучшего из них. При этом в рассматриваемой задаче модифицирующие операции имеют асимптотическую временную сложность, не превышающую  $O(N^2)$ , а асимптотическая временная сложность соответствующего алгоритма составляет  $t \approx O(C_{\max} N^2)$ . При работе алгоритма производится хранение одной текущей раскраски вершина графа [2], что требует не более  $N$  ячеек памяти при хранении и определяет асимптотическую ёмкостную сложность алгоритма равной  $m \approx O(N)$ .

В модифицированном методе случайных блужданий присутствуют 3 настроенных параметра: количество вносимых изменений  $R$ ; вероятность  $\alpha$  того, что цвет для выбранной вершины будет выбран случайно или взят первый недопустимый; вероятность  $\beta$  того, что цвет для смежных вершин будет выбран случайно или взят минимально допустимый. Схематично метод случайных блужданий может быть представлен в виде следующего набора шагов:

1. Задать начальное решение  $C_0(G)$ : все вершины имеют разный цвет, либо применяется решение, полученное другим методом. Задать относительное количество модификаций  $R$  на одном шаге, вероятность назначения первого или случайного цвета выбранной вершине  $\alpha$ , вероятность  $\beta$  назначения первого или случайного цвета всем смежным с выбранной вершинам.

2. Произвести  $L = \lfloor R \cdot N + 1 \rfloor$  модификаций  $o(.)$  (в данном случае: выбрать случайную  $i$ -ю вершину, покрасить её в недопустимый  $j$ -й цвет, для всех соседних вершин присвоить допустимые цвета) с получением  $L$  решений:  $C_i(G) = o(C_{i-1}(G))$ . Оценить качество всех полученных решений, запомнить наилучшее.

3. Повторять п.2 для начального решения  $C_0(G)$  из п.1 до тех пор, пока не будет сформировано  $C_{\max}$  решений, и выбрать лучшее из них.

От классического метода случайных блужданий предложенный вариант реализации отличается тем, что производит  $\left\lceil \frac{C_{\max}}{L} \right\rceil$  построений цепочек решений, отталкиваясь от начальной раскраски  $C_0(G)$  в соответствии с одним из вариантов реализации мультистарт-стратегии поиска решения. В слу-

чае необходимости получения «классического» поведения метода необходимо установить  $R = 0$ .

Из-за наличия настроенных параметров метода перед его практическим использованием для получения лучшего качества решений необходимо пропозиции метаоптимизацию. Метаоптимизация была выполнена для  $|\Lambda| = 250$  графов размером  $N = 40$  вершин и плотностью  $d(G) = 0,777$  с псевдослучайной структурой выборки  $\Lambda = \{G_1, G_2, \dots, G_K\}$ , время на графиках, приведенных ниже, указано в секундах.

В простейшей реализации в качестве начальной раскраски для метода случайных блужданий выбирается такая, в которой каждой вершине присвоен уникальный цвет (по возрастанию), в таком случае полученное хроматическое число равняется  $\chi(G) = N$ . Результаты метаоптимизации для данного случая показаны на рис. 1. Оптимальные значения настроенных параметров отмечены на графиках числовыми выносками.

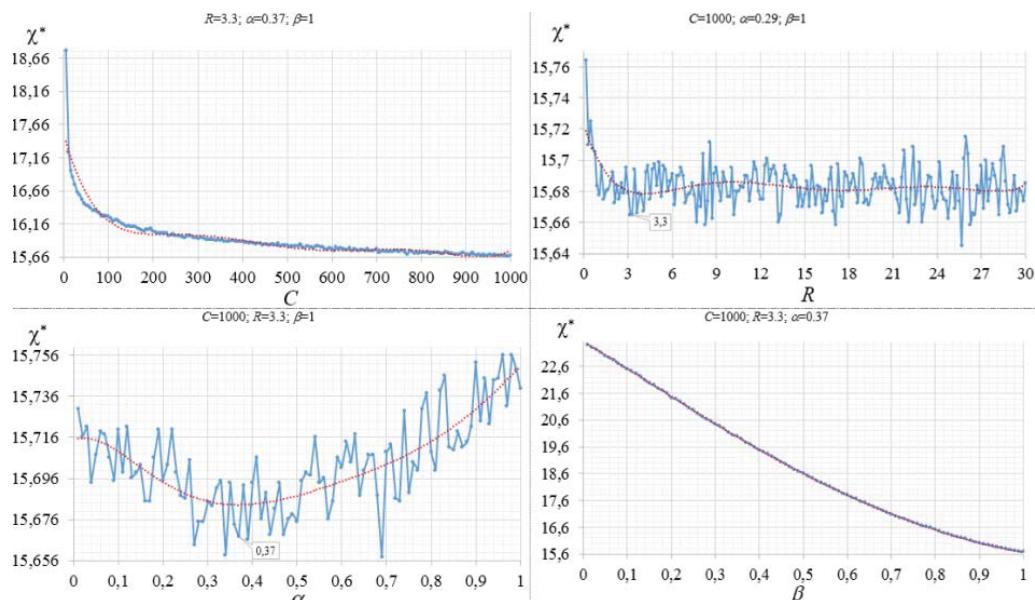


Рис. 1. Результаты метаоптимизации метода случайных блужданий при первичной раскраске, в которой каждый цвет вершины индивидуален

Среднее время нахождения решения при  $C_{\max} = 1000$  анализируемых решениях равняется  $t^* \approx 0,028$  секунд. Зависимости времени для нахождения решения от настроенных параметров показаны на рис. 2.

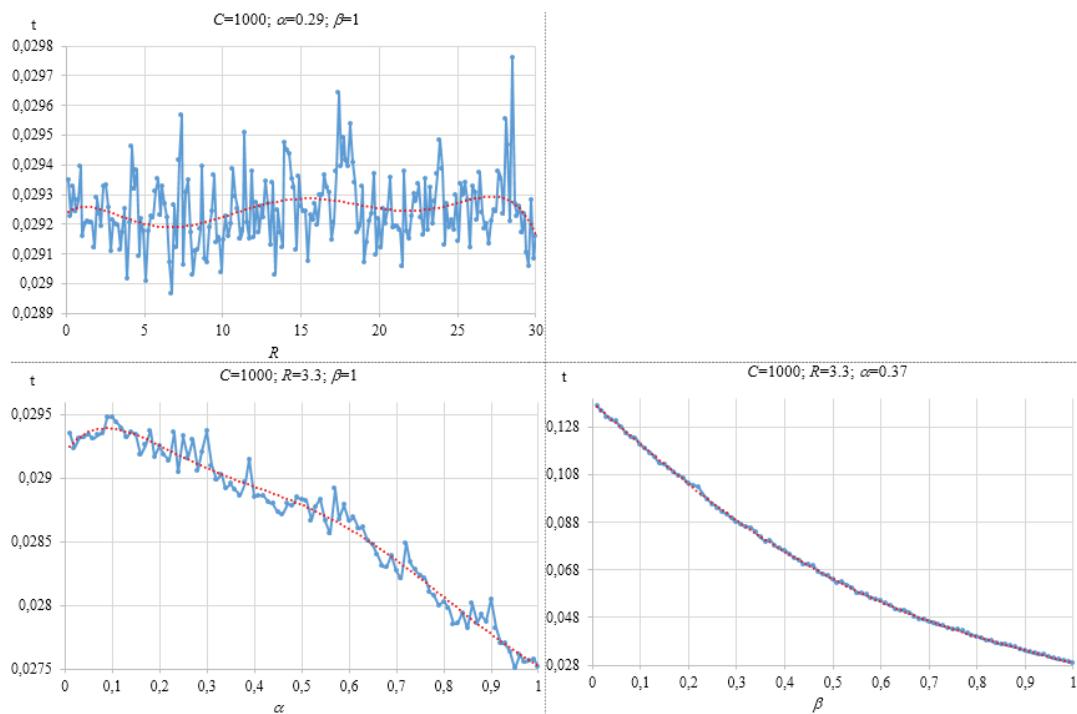


Рис. 2. Зависимости времени нахождения решения от настроек параметров при первичной раскраске, в которой каждый цвет вершины индивидуален

Для параметра  $R$  время нахождения решения практически не изменяется при различных значениях настроек параметра. При приближении значений параметров  $\alpha$  и  $\beta$  к 1 время нахождения решения постепенно уменьшается, что обуславливается следующим фактом: вероятность назначения первого цвета всем смежным с выбранной вершиной становится преобладающей над вероятностью выбора случайного, и методу не нужно проверять все цвета, также и среднее хроматическое число уменьшается в 1,06 раза по сравнению со значением параметра, равным 0, что является очень редким случаем, когда определённое значение параметра даёт выигрыш и в скорости решения, и в качестве.

В попытке улучшить качество генерируемых методом случайных блужданий решений было предложено находить первичную раскраску методом случайного перебора [3]. Результаты метаоптимизации метода случайных блужданий при первичной раскраске, полученной методом случайного перебора, показаны на рис. 3.

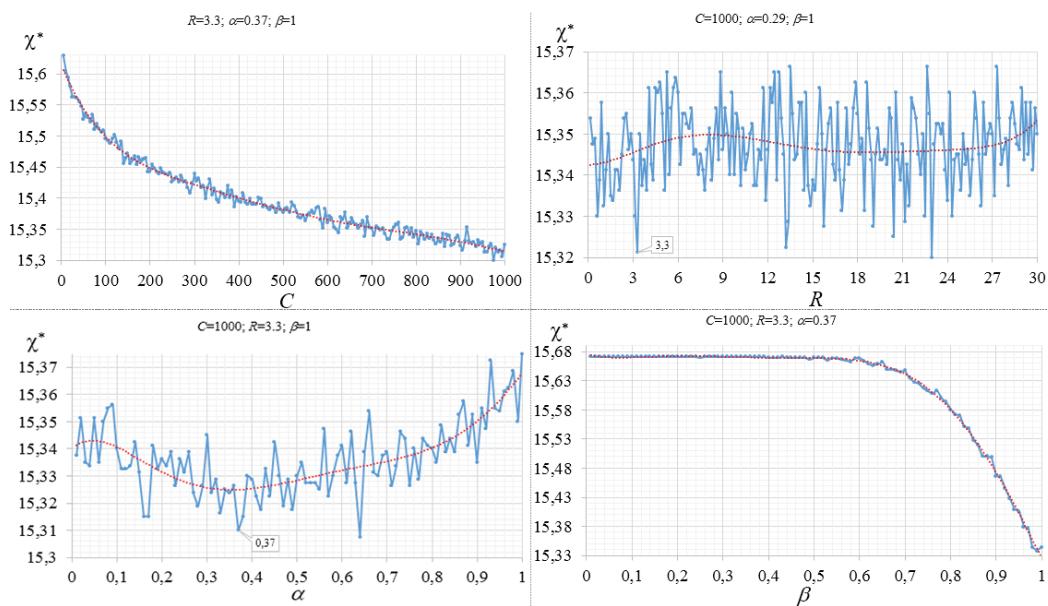


Рис. 3. Результаты метаоптимизации метода случайных блужданий при первичной раскраске, полученной методом случайного перебора

Среднее время нахождения решения при  $C_{\max} = 1000$  анализируемых решениях равняется  $t^* \approx 0,03$  секунд. Зависимости времени для нахождения решения от настроек параметров показаны на рис. 4.

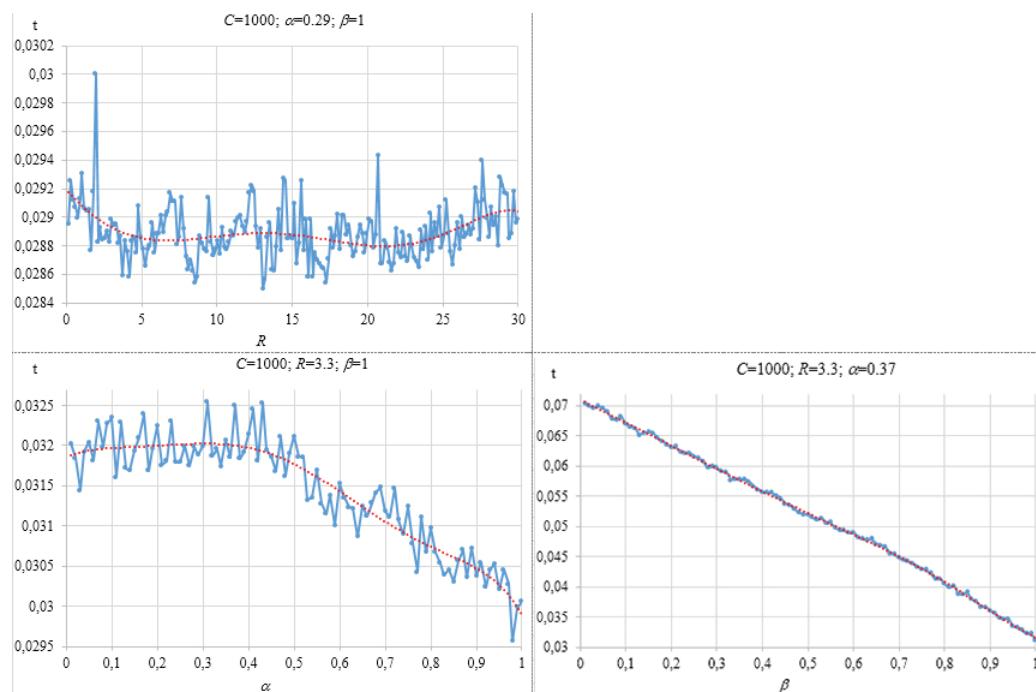


Рис. 4. Зависимости времени нахождения решения от настроек параметров при первичной раскраске, полученной методом случайного перебора

Было установлено, что метод даже на 1000 итераций при использовании в качестве первичной раскраски, полученной методом случайного перебора, ещё допускает улучшение текущего решения. Из этого можно сделать вывод, что метод обладает не самой лучшей скоростью сходимости, однако имеет высокую скорость поиска решения, что немногого нивелирует этот недостаток (в критической ситуации можно увеличить количество формируемых решений метода, не потеряв при этом много вычислительного времени).

Обнаружено, что принцип построения первичной раскраски незначительно влияет как на качество итоговой раскраски, получаемой методом случайных блужданий, так и на набор оптимальных значений настроенных параметров метода для заданной размерности. При использовании в качестве первичной раскраски, полученной методом случайного перебора, среднее хроматическое число итоговой раскраски, генерируемой методом случайного перебора, в среднем лучше на  $\approx 2\%$ , чем при начальной раскраске с хроматическим числом  $\chi(G) = N$ .

### Список литературы

1. Ватутин Э. И., Титов В. С., Емельянов С. Г. Основы дискретной комбинаторной оптимизации. М.: Аргамак-Медиа, 2016. 270 с.
2. Карпенко А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновлённые природой. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. 446 с.
3. Пшеничных А. О. О влиянии вероятности выбора минимально допустимого или случайного цвета для метода случайного перебора эвристической оценки хроматического числа графа / А. О. Пшеничных, С. Н. Гвоздева, В. С. Панищев, Э. И. Ватутин // Интеллектуальные и информационные системы. Тула: изд-во ТулГУ, 2019. С. 59–63.

УДК 004.93

**В. А. Стрещук, П. А. Кузнецов, Д. В. Михайлов**

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Россия, Великий Новгород)

## МЕРА TF-IDF, СИЛА СВЯЗИ СЛОВ И КЛЮЧЕВЫЕ СОЧЕТАНИЯ ДЛЯ БЕЗЫЗЫТОЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ ЕДИНИЦЫ ЗНАНИЙ

Рассматривается задача выделения сочетаний слов, передающих образ фразы предметно-ограниченного естественного языка без потери смысла. Проведён сравнитель-