УДК 681.3

М.О. Манзюк[1], Э.И. Ватутин[2], С.Е. Кочемазов[3], О.С. Заикин[3]
e-mail: evatutin@rambler.ru
[1] Интернет-портал BOINC.ru, Москва
[2] Юго-Западный государственный университет, Курск
[3] Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН, Иркутск

ИНТЕРЕСНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНЫХ ДИАГОНАЛЬНЫХ ЛАТИНСКИХ КВАДРАТОВ 7 И 8 ПОРЯДКА

Приведено описание интересных свойств подмножеств ортогональных диагональных латинских квадратов, включающих квартеты попарно ортогональных ДЛК порядка 7, перестановочные пары ортогональных ДЛК, подмножества из 6 попарно ортогональных ДЛК порядка 8 и ДЛК порядка 8 с 824 ортогональными ему ДЛК. Все указанные подмножества ДЛК были найдены авторами в рамках серии вычислительно сложных экспериментов.

Диагональным латинским квадратом (ДЛК) называется латинский квадрат (ЛК) с неповторяющимися элементами на главной и побочной диагоналях. Ортогональными диагональными латинскими квадратами (ОДЛК) или греко-латинским квадратом называется пара квадратов *A* и *B*, в которой все упорядоченные пары $\left(a_{ij}, b_{ij}\right)$ элементов различны. Взаимно ортогональными ДЛК (ВОДЛК) называется семейство из *M* ДЛК, в составе которого все ДЛК попарно ортогональны.

В процессе поиска пар ОДЛК 7 ранга было обнаружено несколько подмножеств ОДЛК с интересными свойствами. Так кроме пар ОДЛК существуют 8 множеств из 4 уникальных ВОДЛК (квартетов), пример одного из них приведен ниже:

0	1	2	3	4	5	6
4	2	6	0	5	1	3
3	5	1	6	0	4	2
5	6	3	4	1	2	0
6	4	5	2	3	0	1
1	3	0	5	2	6	4
2	0	4	1	6	3	5

0	1	2	3	4	5	6
6	4	5	2	3	0	1
5	6	3	4	1	2	0
1	3	0	5	2	6	4
2	0	4	1	6	3	5
4	2	6	0	5	1	3
3	5	1	6	0	4	2

0	1	2	3	4	5	6
3	5	1	6	0	4	2
4	2	6	0	5	1	3
6	4	5	2	3	0	1
5	6	3	4	1	2	0
2	0	4	1	6	3	5
1	3	0	5	2	6	4

0	1	2	3	4	5	6
5	6	3	4	1	2	0
6	4	5	2	3	0	1
2	0	4	1	6	3	5
1	3	0	5	2	6	4
3	5	1	6	0	4	2
4	2	6	0	5	1	3

Каждый из квадратов каждого из 8 квартетов может быть получен из любого квадрата этого же квартета перестановкой строк с сохранением свойства диагональности. Перестановка строк любого квадрата из любого квартета порождает либо один из ортогональных квадратов квартета, либо ЛК, не являющийся диагональным. Ни один из квадратов, входящих в найденные 168 пар ОДЛК, не получается из другого квадрата пары перестановкой строк.

Квадраты, входящие в пары ОДЛК 4 и 5 порядка также можно получить перестановкой строк другого квадрата пары, но среди ДЛК этих порядков нет ОДЛК, получаемых не перестановкой строк. Впервые такие квадраты появляются среди ОДЛК 7 порядка.

Интересной особенностью подобных перестановочных ДЛК является то, что получение ортогонального квадрата для заданного ДЛК производится существенно быстрее, чем, например, с использованием математического аппарата трансверсалей. Наличие или отсутствие подобных ДЛК только для некоторых порядков, по-видимому, является следствием свойств соответствующих групп в рамках теоретико-групповой точки зрения на латинские квадраты.

Поиск ОДЛК, получаемых перестановкой строк среди ДЛК 8-го порядка, приводит к нахождению подмножеств из 13 ДЛК, часть из которых связана между собой отношением ортогональности. Если для каждого из этих квадратов выполнить поиск квадратов, ортогональных ему, то в итоге получится большое множество квадратов, многие из которых будут ортогональны друг другу. Среди этих квадратов есть в том числе и подмножества из 6 ВОДЛК и ДЛК, которым ортогональны 824 других ДЛК. Соответствующие ДЛК, отталкиваясь от которых могут быть получены рассматриваемые подмножества, приведены ниже.

0	1	2	3	4	5	6	7
4	2	1	7	0	6	5	3
6	7	3	2	5	4	0	1
7	6	5	4	3	2	1	0
5	3	7	1	6	0	4	2
3	5	6	0	7	1	2	4
1	0	4	5	2	3	7	6
2	4	0	6	1	7	3	5

0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	3	2	5	4	7	6
6	7	4	5	2	3	0	1
3	2	1	0	7	6	5	4
4	5	6	7	0	1	2	3
2	3	0	1	6	7	4	5
5	4	7	6	1	0	3	2

---

1. Учет алгоритмических особенностей задачи при генерации диагональных латинских квадратов / Э.И. Ватутин, А.Д. Журавлев, О.С. Заикин, В.С. Титов // Известия Юго-Западного государственного университета. 2016. № 2 (65). С. 46–59.