А.О. Пшеничных, Э.И. Ватутин

Alex220697@mail.ru

Юго-Западный государственный университет

СРАВНЕНИЕ КАЧЕСТВА РЕШЕНИЙ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ХРОМАТИЧЕСКОГО ЧИСЛА ГРАФА

В данной работе приводится сравнение различных эвристических методов поиска хроматического числа графа. Для разработанных программных реализаций приведены оценки временных затрат, и сравнение качества полученных решений.

Существует большое количество практических задач, которые можно решить с помощью теории графов. Одна из самых известных – раскраска. Она может применятся для цифровых водяных знаков, вычисления производных, при составлении расписаний и т.д.

Для анализа более подходящего эвристического алгоритма раскраски была разработана программа, для которой были реализованы следующие алгоритмы: 1) *жадный* (Greedy): первой v_i-вершине присваивается c_j-цвет, следующей вершине v_{i+1} такой цвет c_k, чтобы приращение качества решения было минимальным arg $\min\Delta Q_k$; 2) *случайный перебор* (RS): v_i-вершине присваивается случайный из доступных цветов; 3) *случайный перебор с вариацией порядка вершин* (RS_Mod): среди всех нераскрашенных вершин выбирается такая v_k, для которой доступно наименьшее количество цветов arg $\min X_k$, для неё присваивается случайный из доступных цветов; 4) *метод случайных блужданий* (RW) [1, 2]: задаётся начальное решение: все вершины имеют разный цвет, либо применяется решение из другого алгоритма, производится m-модификаций (выбирается случайная v_i-вершина, перекрашивается в недоступный c_j-цвет, для всех соседних вершин присваиваются доступные цвета) I-раз; 5) *метод имитации отжига* (SA): задаётся начальное решение: все вершины имеют разный цвет, либо применяется решение из другого алгоритма, производится m-модификаций (как в RW) I-раз, если качество решения улучшилось, т.е. $\Delta\chi<0$, значит модификация принимается, иначе проверяется дополнительное условие: если $r_k < e^{-\Delta\chi/T}$, то принимается (r_k – некое случайное число в диапазоне [0;1), e – число Эйлера, $\Delta\chi$ – разница между текущим решением и новым, T – текущая температура); температура изменяется $T_{i+1} = T_i * \alpha$.

В связи с тем, что все вышеуказанные алгоритмы – итерационные, кроме жадного, то их следует выполнить N-раз и выбрать лучшее решение.

Для алгоритмов с параметрами перед их применением необходимо произвести процесс метаоптимизации – подобрать такой набор этих параметров, при котором будет обеспечиваться наилучшее качество решения.

Для одной точки обоих графиков (рис. 1 и рис. 2) было проверено 300 случайный графов.

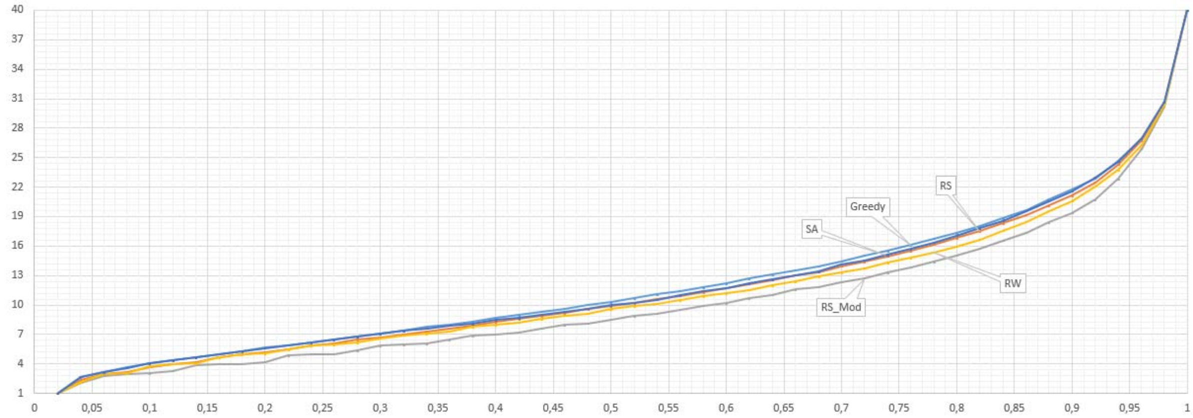

Рис. 1. Зависимость качества решения от плотности графа порядка $|V|$ = 40 от 0 до 1 с шагом 0,02

RS_Mod даёт наилучшее качество решения по сравнению с другими, но он проигрывает RS по времени вычисления в ≈18,475 раз. Также стоит отметить, что RW немного хуже RS_Mod как по качеству решения, так и по времени. RW проигрывает RS_Mod по скорости в 3,384 раза.

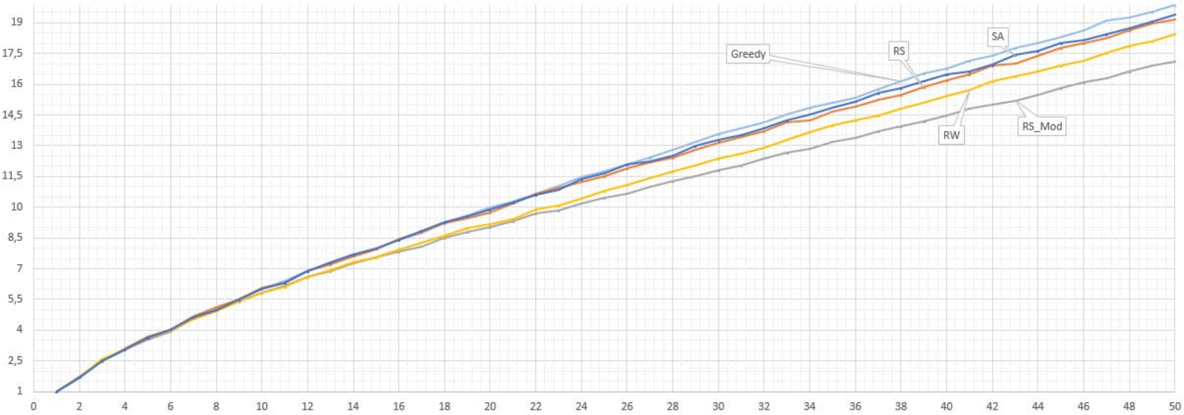

Рис. 2. Зависимость качества решения от порядка графа плотности d(G) = 0,777 от 1 до 50 с шагом 1

Как и в прошлой проверке, алгоритмы расположились в том же порядке. Лучшим оказался RS_Mod, но в данном случае он медленнее RS в 23,915 раз. RW проигрывает RS_Mod по скорости в 2,74 раза.

Далее планируется проверка других эвристических алгоритмов, а также расширение интервала размера графа, на котором производился эксперимент.

---

1. Ватутин Э.И., Титов В.С., Емельянов С.Г. Основы дискретной комбинаторной оптимизации. М.: АРГАМАК-МЕДИА, 2016. 270 с.

2. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновлённые природой. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 446 с.