Ватутин Э.И., Титов В.С.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА РОЯ ЧАСТИЦ В ЗАДАЧАХ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Юго-Западный государственный университет, Курск

e-mail: evatutin@rambler.ru

В ряде прикладных задач, к которым относятся некоторые задачи теории управления, теории графов, теории игр и пр. возникает необходимость в решении частных оптимизационных задач, связанных с поиском экстремума некоторой целевой функции в соответствии с рядом ограничений, учитывающих специфику исходной задачи. Большое количество подобных задач являются дискретными ввиду наличия объективных ограничений на аргументы целевой функции. Часть из них может быть решена с использованием полиномиальных алгоритмов, однако многие другие задачи, образующие класс *NP*, не допускают получения оптимального решения за разумное время, и для их решения на практике применяются эвристические методы, обеспечивающие получение решений неплохого качества.

Одним из подобных методов является метод роя частиц (англ. Particle Swarm Optimization, сокр. PSO), предложенный Эберхартом и Кеннеди в 1995 г. Он базируется на имитации группового поведения конечного множества агентов (например, комаров, рыб или птиц в живой природе). При решении оптимизационных задач вида $f\left(X\right) \to \min$, где f – целевая функция, $X = \left[x_1, x_2, ..., x_N\right]$ – ее аргументы, текущее положение каждого i-го агента (частицы), $i = \overline{1, Z}$, Z – размер колонии (роя), характеризуется вектором с координатами $X_i = \left[x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, ..., x_N^{(i)}\right]$. При этом частица имеет текущую скорость $V_i = \left[v_1^{(i)}, v_2^{(i)}, ..., v_N^{(i)}\right]$, а ее положение на t-м шаге алгоритма определяется как $X_i^{(t)} = X_i^{(t-1)} + V_i^{(t-1)}$. Скорость частицы на t-м шаге определяется как

$$V_i^{(t)} = \alpha V_i^{(t-1)} + \beta r_k \otimes \left(X_i^* - X_i\right) + \gamma r_{k+1} \otimes \left(X^{**} - X_i\right),$$

где «$\otimes$» – обозначение прямого (покомпонентного) произведения векторов; $X_i^* = \arg\min_{\tau=\overline{0, t}} f\left(X_i^{(\tau)}\right)$ – наилучшее положение i-й частицы роя за время его движения (локальный рекорд); $X^{**} = \arg\min_{i=\overline{1, Z}} f\left(X_i^*\right)$ – наилучшее положение среди всех частиц роя (глобальный рекорд); α, β, γ – настроечные параметры, имеющие смысл движения частицы по инерции и притяжения к локальному и глобальному рекорду соответственно; $r_k \in [0; 1]$ – очередное псевдослучайное число.

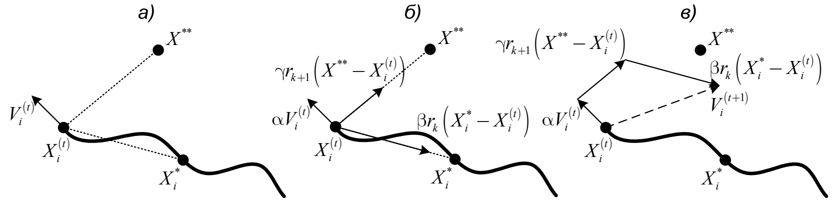

Рис. 1. Схематичное изображение, поясняющее движения частицы роя

Указанная стратегия движения частиц в непрерывном пространстве параметров целевой функции с успехом применяется при решении ряда задач непрерывной оптимизации, однако в дискретных задачах она напрямую неприменима. Для их решения приведенные выше формулы не подходят и применяются специализированные подходы. Первое направление подходов оперирует движением частиц роя в непрерывном пространстве $\mathbb{R}_1$ с последующим отображением координат частиц в дискретное пространство $\mathbb{R}_2$ параметров целевой функции $\left(\mathbb{R}_1 \to \mathbb{R}_2\right)$. Указанное отображение может быть выполнено различными способами, например, с использованием сигмоидальной функции. Второе направление подходов отказывается от использования понятия скоростей и координат в непрерывном пространстве, оперируя конкретными решениями задачи с учетом ее специфики и производя модификацию решений X с целью получения решения X', более похожего на требуемое Y (в методе роя частиц – на глобальный или локальный рекорд). При этом вместо координат частиц роя используются конкретные решения, закодированные в терминах решаемой задачи, а в качестве скоростей выступают вероятности p_i применения той или иной модифицирующей операции o_i, специфичной для решаемой задачи, с целью получения нового положения решения $X' = o_i\left(X\right)$ в дискретном пространстве.

Для анализа эффективности метода роя части была выбрана тестовая задача поиска кратчайшего пути к графе. Для ее решения были разработаны три реализации метода роя частиц. Согласно подходу, базирующемуся на отображении непрерывного пространства в дискретное (сокр. PSO1), решение можно представить в виде упорядоченного набора (массива) позиций $B = \left[b_1, b_2, ..., b_U\right]$, $2 \le U \le N$ пути P, каждой из которых соответствует одна из вершин $a_i \in A$, $i = \overline{1, N}$ графа *G*. Соответствия между позициями b_i и вершинами a_j помечаются значениями p_{ij}. Еще один вариант реализации метода роя частиц (сокр. PSO2) может быть разработан на базе округления значения координат текущей частицы. При этом не используются вероятности, вместо которых применяются координаты $x_j^{(i)}$ положения частицы в *N*-мерном пространстве. Принцип вычисления скоростей и корректировки координат соответствует (1) с наложением дополнительного условия $1 \le x_j^{(i)} \le N$ (при его несоблюдении производится принудительный возврат координаты частицы в обозначенную разрешенную область значений). Еще одна модификация метода роя частиц (сокр. PSO3) в рассматриваемой задаче может быть построена путем отказа от использования непрерывного пространства и движения в нем с использованием координат $x_j^{(i)}$ и скоростей $v_j^{(i)}$ путем перехода к дискретным решениям (путям в графе в рассматриваемой задаче). При этом необходима реализация специализированного оператора (процедуры), который будет осуществлять движение от заданного пути P_1 к пути P_2 в дискретном пространстве решений $\mathbb{R}_2$ с целью уменьшения расстояния (метрики) $d\left(P_1, P_2\right)$ между указанными путями.

Для рассмотренных выше стратегий были разработаны программные реализации, с использованием которых была выполнена метаоптимизация, в результате чего были получены значения настроечных параметров. С использованием данных программных реализаций был выполнен ряд вычислительных экспериментов на выборках графов со случайной структурой. Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод и том, что при решении задач малой размерности метод роя частиц обеспечивает получение неплохих решений, однако с ростом размерности как качество решений, так и вероятность получения оптимального решения существенно падают, уступая даже методу случайного перебора. Реализации PSO1 и PSO3 характеризуются скоростью сходимости, близкой к случайному перебору, что говорит об их низкой эффективности в задаче поиска пути в графе. Скорость сходимости реализации PSO2 незначительно превосходит скорость сходимости метода случайного перебора, однако она значительно уступает как методу муравьиной колонии, так и ряду других методов.