Метод случайных блужданий

В простейшем одномерном случае метод случайных блужданий (англ. Random Walks, сокр. RW) может быть представлен в следующем виде

$$x_n = x_0 + \sum_{i=1}^{n} r_i , \tag{1}$$

где x_0 – начальное значение параметра, описывающего состояние системы; x_n – значение параметра в n-й дискретный момент времени; r_i – некоторый ряд случайных величин с заданным законом распределения. Для многомерного случая вместо одиночного значения параметра в рассмотрение вводится вектор параметров $X_t = \left[x_t^{(1)}, x_t^{(2)}, ..., x_t^{(N)}\right]^{\mathrm{T}}$, что не меняет в общем случае смысла формулы (1).

При решении задач непрерывной оптимизации вектор X_t задает значения аргументов целевой функции $f\left(X_t\right)$, которые меняются случайным образом по мере выполнения итерационного процесса, реализуя траекторию движения некоторой точки в N-мерном пространстве по аналогии, например, с броуновским движением частиц. При этом на каждой итерации $0 \le t \le C_{\max}$, где $C_{\max}$ – заданное число итераций, определяется значение целевой функции $f\left(X_t\right)$ и запоминается рекорд $f^+ = f\left(X^+\right)$ – минимальное или максимальное (в зависимости от постановки задачи) значение целевой функции f^+ и соответствующие ему значения вектора параметров X^+, полученные на одной из итераций. После выполнения заданного числа итераций $C_{\max}$ указанный рекорд полагается результатом работы метода.

При решении задач дискретной оптимизации указанный подход, базирующийся на формуле (1), напрямую неприменим. Вместо этого при переходе от решения X_t к решению X_{t+1} могут быть использованы модифицирующие операции, специфичные для решаемой задачи. При этом одна итерация метода случайных блужданий эквивалентна применения одной модифицирующей операции, выбранной случайным образом.

В задаче поиска кратчайшего пути кратчайшего пути $P(G) = \left[a_{i_1} = a_{нач}, a_{i_2}, ..., a_{i_Q} = a_{кон}\right]$ в графе $G = \langle A, V \rangle$, где $A = \{a_1, a_2, ..., a_N\}$ – множество вершин, $|A| = N$ – число вершин (размерность задачи), $V = \{v_1, v_2, ..., v_M\} \subseteq A \times A$ – множество дуг, $|V| = M$ – число дуг, $v_i = \left(a_{нач}^{(i)}, a_{кон}^{(i)}\right)$, $a_{нач}^{(i)} \in A$, $a_{кон}^{(i)} \in A$, причем дуги взвешены значением длины $L\left(v_i\right) > 0$, $i = \overline{1, M}$, целевой функцией является длина пути $L(P) = \sum_{j=1}^{Q-1} L\left(a_{i_j}, a_{i_{j+1}}\right) \to \min$, в качестве ограничения выступает плотность графа $d(G) = \dfrac{M}{N(N-1)} \in [0; 1]$, т.к. для графов малой плотности большое количество решений оказываются запрещенными, алгоритм случайных блужданий приведен ниже.

1. (инициализация) Задать номер итерации $i := 1$, текущий путь $P := \left[a_{нач}, a_{кон}\right]$, лучший путь $P^+ := \left[a_{нач}, a_{кон}\right]$.
2. Произвести случайную модификацию текущего пути P путем применения к нему одной из модифицирующих операций.
3. При необходимости привести решение к корректному путем удаления циклов.

4. Если $L(P) < L(P^+)$, положить $P^+ := P$.
5. Произвести модификацию номера итерации $i := i + 1$.
6. Если $i < C_{\max}$, перейти к п. 2.
7. Конец алгоритма.

В качестве начального решения используется путь, соединяющий заданные начальную и конечную вершины. В качестве модифицирующих операций в текущей задаче используются операции добавления вершины в путь, удаления вершины из пути и замены одной из вершин пути на другую вершину, не входящую в его состав. После применения некоторых модифицирующих операций может потребоваться процедура удаления циклов, которые запрещены по условиям решаемой задачи.