УДК 681.5.62–5 + 681.5.681.3

Э.И. Ватутин, И.В. Зотов

ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦЫ ОТНОШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗБИЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ АЛГОРИТМОВ

Рассмотрены особенности реализации этапа построения матрицы отношений параллельного управляющего ациклического алгоритма в рамках параллельно-последовательного метода формирования субоптимальных разбиений. Приведен алгоритм нахождения матрицы отношений. Даются примеры построения матрицы отношений.

E.I. Vatutin, I.V. Zotov

BUILDING A RELATION MATRIX IN THE OPTIMAL SEPARATION OF PARALLEL CONTROL ALGORITHMS

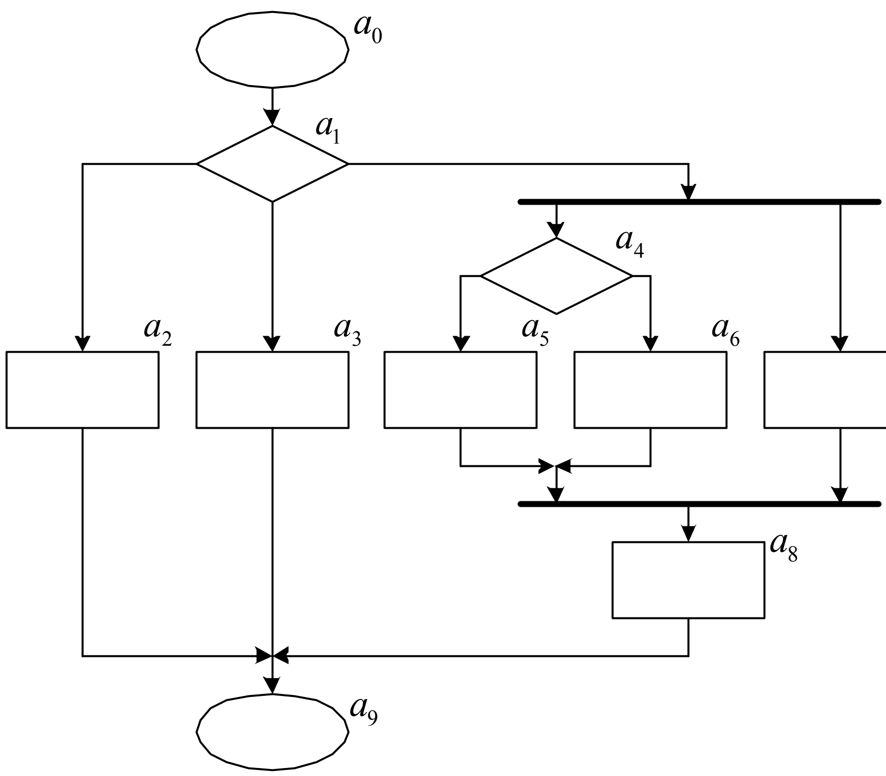
Some aspects of construction of a relation matrix for a parallel control acyclic control algorithm, a phase of the parallel-sequential suboptimal separation method, are under consideration. An algorithm for building a relation matrix is given. Examples of building a relation matrix are presented.

В статье рассматривается один из этапов параллельно-последовательного метода формирования субоптимальных разбиений [1] в качестве решения задачи декомпозиции параллельного управляющего алгоритма на последовательные подалгоритмы (блоки) при проектировании систем логического управления (СЛУ) на базе микроконтроллерных сетей. Наиболее значимыми отличительными особенностями рассматриваемого метода являются: параллельное построение подалгоритмов; учет технологических ограничений элементной базы (СБИС микроконтроллеров) – количества выводов на корпусе микросхемы, емкости участка памяти микропрограмм; минимизация сложности сети связей и интенсивности межконтроллерного взаимодействия. Метод включает в себя следующие этапы: проведение эквивалентных преобразований с целью получения ациклического алгоритма минимальной размерности, построение множества сечений [2, 3], непосредственно синтез блоков разбиения. При обработке исходный алгоритм представляется в виде графа $G = \langle A, U \rangle$, который является взвешенным и ориентированным.

При реализации некоторых этапов (поиск множества сечений ациклического алгоритма, построения блоков разбиения) возникает необходимость в классификации отношений между вершинами. В рамках используемого метода рассматриваются следующие отношения:

– Следования (ν). Вершина a_i следует за вершиной a_j ($a_j \nu a_i$), если в графе существует путь $L = \left\{a_i, a_{k_1}, a_{k_2}, ..., a_{k_n}, a_j\right\}$, соединяющий вершины.
– Связи (φ). Вершины a_i и a_j находятся в отношении связи ($a_j \varphi a_i$), если в графе существует маршрут $P = \left\{a_i, a_{k_1}, a_{k_2}, ..., a_{k_n}, a_j\right\}$, соединяющий вершины.
– Параллельности (ω). Вершины a_i и a_j параллельны ($a_j \omega a_i$), если они входят в состав различных параллельных ветвей алгоритма.
– Альтернативы (ψ). Вершины a_i и a_j находятся в отношении альтернативы ($a_j \psi a_i$), если они принадлежат к разным ветвям одного и того же альтернативного ветвления.

В качестве примера, иллюстрирующего распределение отношений, рассмотрим алгоритм на рис. 1.



Отношения между вершинами:
$a_8 \nu a_0$ $a_2 \nu a_1$ $a_9 \nu a_4$
$a_5 \varphi a_1$ $a_1 \varphi a_6$ $a_3 \varphi a_9$
$a_5 \omega a_7$ $a_7 \omega a_4$
$a_5 \psi a_6$ $a_3 \psi a_7$ $a_2 \psi a_6$
(показана только часть отношений)

Рис. 1. Пример параллельного алгоритма

Наиболее полную картину распределения отношений дает структура данных, получившая название матрицы отношений. Она представляет собой квадратную матрицу M размерности $N \times N$ (N – количество вершин алгоритма), элементами m_{ij} которой являются отношения между вершинами a_i и a_j. Для приведенного примера алгоритма (рис. 1) матрица отношений имеет вид:

$$
M = \begin{pmatrix}
- & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi \\
\nu,\varphi & - & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi & \varphi \\
\nu,\varphi & \nu,\varphi & - & \psi & \psi & \psi & \psi & \psi & \psi & \varphi \\
\nu,\varphi & \nu,\varphi & \psi & - & \psi & \psi & \psi & \psi & \psi & \varphi \\
\nu,\varphi & \nu,\varphi & \psi & \psi & - & \varphi & \varphi & \omega & \varphi & \varphi \\
\nu,\varphi & \nu,\varphi & \psi & \psi & \nu,\varphi & - & \psi & \omega & \varphi & \varphi \\
\nu,\varphi & \nu,\varphi & \psi & \psi & \nu,\varphi & \psi & - & \omega & \varphi & \varphi \\
\nu,\varphi & \nu,\varphi & \psi & \psi & \omega & \omega & \omega & - & \varphi & \varphi \\
\nu,\varphi & \nu,\varphi & \psi & \psi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & - & \varphi \\
\nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & \nu,\varphi & -
\end{pmatrix}.
$$

Особенностью матрицы отношений является ее симметричность относительно главной диагонали при рассмотрении отношений φ, ψ, ω и асимметричность для отношения ν, что объясняется свойством симметричности отношений связи, параллельности и альтеративы и несимметричностью отношения следования. Элементы матрицы отношений, содержащие отношение следования ν, не обязательно располагаются ниже главной диагонали.

Использование матрицы отношений способствует устранению неоднозначностей при проведении *p→a*-перегруппировок [3] на этапе перебора сечений алгоритма, а также позволяет вести учет архитектурных ограничений на отсутствие в составе одного и того же блока параллельно выполняемых вершин.

Алгоритм построения матрицы отношений заключается в последовательном выяснении отношений в следующем порядке: отношение следования ν, отношение связи φ, отношение альтернативы ψ, отношение параллельности ω. Рассмотрим выяснение отношений более подробно.

Отношение следования ν. Выяснение отношения следования основано на его транзитивности: если $a_i \nu a_j$ и $a_j \nu a_k$, то $a_i \nu a_k$. В качестве начальных значений матрицы задаются отношения между вершинами, непосредственно соединенными дугой. После этого в матрице осуществляется поиск элементов m_{ij}, m_{jk} и m_{ik}, таких что

$$\nu \in m_{ij},\ \nu \in m_{jk},\ \nu \notin m_{ik}, \qquad (1)$$

и производится включение отношения ν в множество отношений элемента m_{ik}. Процесс поиска и включения продолжается до тех пор, пока возможно нахождение элементов, соответствующих (1).

Отношение связи φ. Вершины a_i и a_j находятся в отношении связи, если $a_i \nu a_j$ или $a_j \nu a_i$. Выяснение отношения сводится к поиску в матрице элемента m_{ij}, такого что $\nu \in m_{ij}$, и включению отношения φ в состав элементов m_{ij} и m_{ji}.

Отношение альтернативы ψ. Выяснение отношения альтернативы сводится к поиску альтернативных ветвлений A_i^{ψ}, выделению альтернативных ветвей ветвлений $W_j \in A_i^{\psi}$ и заданию отношения альтернативы для вершин, входящих в состав различных ветвей в рамках одного ветвления: если $a_{k_1} \in W_{j_1}$, $a_{k_2} \in W_{j_2}$, причем $W_{j_1} \in A_i^{\psi}$ и $W_{j_2} \in A_i^{\psi}$, то $a_{k_1} \psi a_{k_2}$. Для однозначного определения окончания альтернативного ветвления в алгоритм должны быть введены фиктивные вершины, получившие название вершин объединения альтернативных дуг (по аналогии с парами вершин распараллеливания/синхронизации). Возможные варианты взаимного расположения условных вершин и вершин объединения альтернативных дуг приведены на рис. 2.

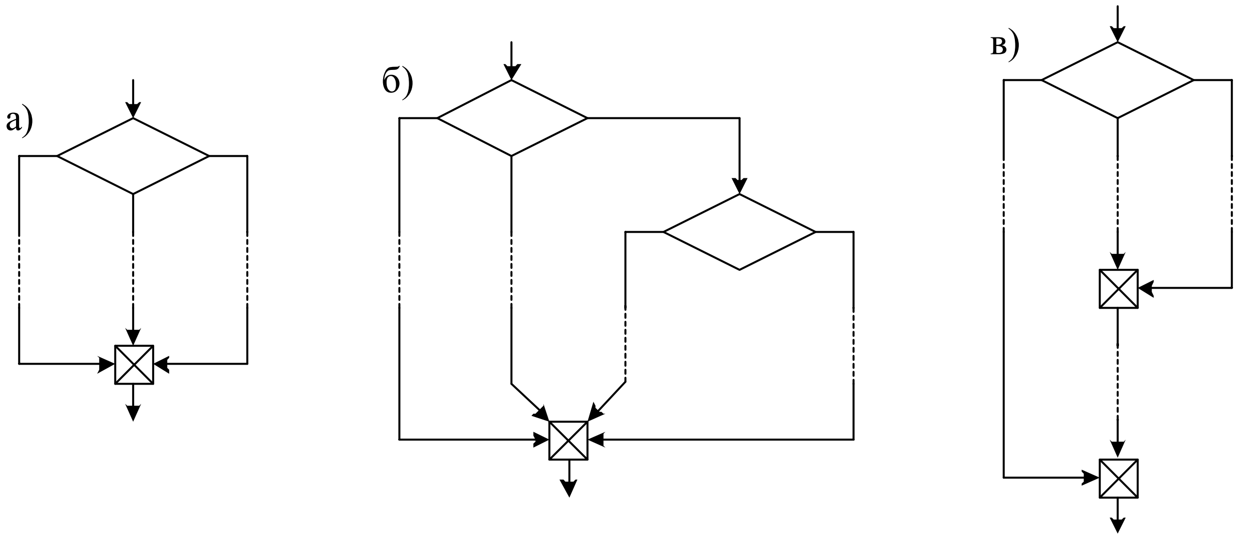


Рис. 2. Типы альтернативных ветвлений

Возможны также произвольные комбинации вложения альтернативных ветвлений различных типов друг в друга.

Для пояснения алгоритма введем следующие обозначения:

$\tilde{S}$ – множество разрешенных вершин объединения альтернативных дуг;

S – множество текущих вершин объединения альтернативных дуг;

W – массив альтернативных ветвей (W_i – множество вершин, входящих в состав одной из ветвей, $i = \overline{1, N}$);

L – массив окончаний альтернативных ветвей (L_i – множество вершин, которыми на данный момент завершается i-ая ветвь, $i = \overline{1, N}$).

Алгоритм.

1. (инициализация) Положить $\tilde{S} = \varnothing$, $S = \varnothing$. Выбрать альтернативную вершину a_{alt}.

2. Определить количество альтернативных путей N, исходящих из вершины a_{alt}. Зарезервировать для них места в W, включив в качестве начальных значений вершины a_k, следующие непосредственно за a_{alt}, в множества W_i. Внести вершины a_k в L_i, $i=\overline{1,N}$.
3. Для всех множеств L_i сформировать множества $\overline{L_i}$ вершин, следующих непосредственно за вершинами $a_k \in L_i$. Если L_i целиком состоит из вершин объединения альтернативных дуг, то положить $\overline{L_i} = L_i$. Положить $W_i = W_i \cup \overline{L_i}$, $L_i = \overline{L_i}$, $i=\overline{1,N}$. Сформировать множество S из вершин объединения альтернативных дуг $a_i \in L_j$. Продолжать формирование множеств $\overline{L_i}$ до тех пор, пока они целиком не будут состоять из запрещенных вершин объединения альтернативных дуг: $a_l \in S$, $a_l \notin \tilde{S}$. Если количество различных вершин объединения альтернативных дуг $|S|=1$, то перейти к п. 5.
4. Включить в состав разрешенных вершин объединения альтернативных дуг $\tilde{S}$ такие вершины $a_k \in \overline{L_i}$, для которых найдется вершина $a_l \in \overline{L_j}$, причем $a_l \nu a_k$. Перейти к п. 3.
5. Для всех пар вершин $a_i \in W_j$ и $a_k \in W_l$, $j \neq l$, $\varphi \notin m_{ik}$ включить отношение ψ в состав m_{ik} и m_{ki}.
6. Выбрать следующую нерассмотренную альтернативную вершину a_{alt}. Если рассмотрены все альтернативные вершины, конец, иначе перейти к п. 3.

Отношение параллельности ω. Отношения φ, ψ, ω образуют универсальное отношение $\varphi \cup \psi \cup \omega = A \times A$, причем $\varphi \cap \psi = \varnothing$ и $\psi \cap \omega = \varnothing$, откуда $a_i \omega a_j \Leftrightarrow \neg\left(a_i \varphi a_j\right) \& \neg\left(a_i \psi a_j\right)$ [1]. Т.е. для определения отношения ω необходимо найти такие элементы m_{ij} матрицы отношений, для которых $\varphi \notin m_{ij}$, $\psi \notin m_{ij}$, и положить $m_{ij} = \omega$.

Определение отношений следования, связи и параллельности не представляет особой сложности. Рассмотрим более подробно алгоритм выяснения отношения альтернативы на примере (рис. 3).

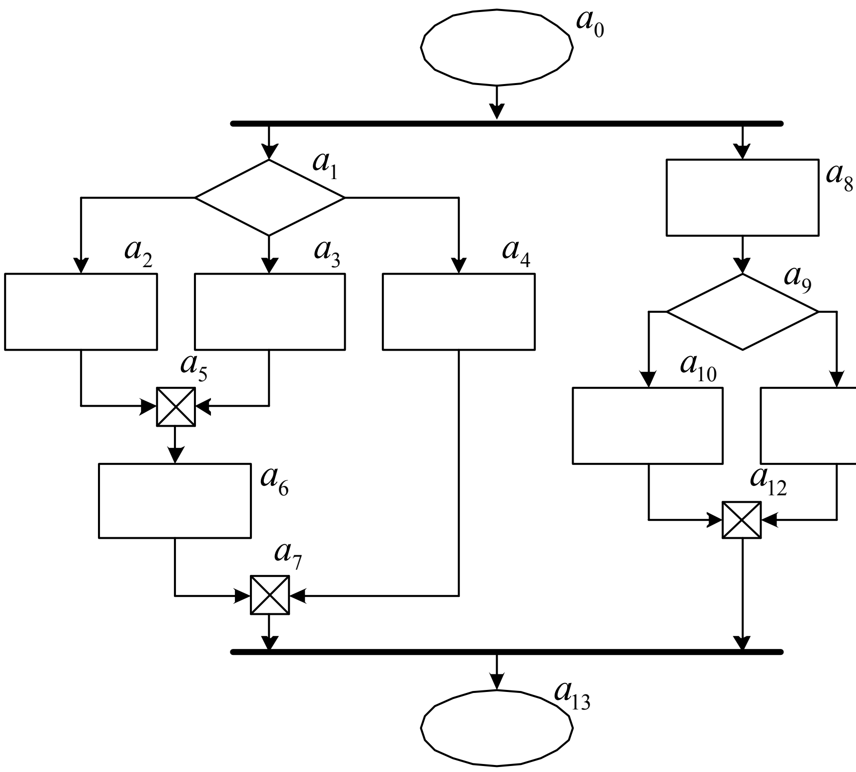


Рис. 3. Пример параллельного алгоритма

Выбираем альтернативную вершину:

$$a_{\text{alt}} = a_1,\ \tilde{S} = \varnothing,\ S = \varnothing .$$

Определяем количество альтернативных путей, исходящих из вершины a_{alt}:

$$N = 3 .$$

Задаем начальные значения множеств W_i и L_i:

$$W_1 = \{a_2\},\ W_2 = \{a_3\},\ W_3 = \{a_4\};$$

$$L_1 = \{a_2\},\ L_2 = \{a_3\},\ L_3 = \{a_4\}.$$

Формируем множества $\overline{L}_i$:

$$\overline{L}_1 = \{a_5\},\ \overline{L}_2 = \{a_5\},\ \overline{L}_3 = \{a_7\}.$$

Изменяем множества W_i и L_i:

$$W_1 = \{a_2, a_5\},\ W_2 = \{a_3, a_5\},\ W_3 = \{a_4, a_7\};$$

$$L_1 = \{a_5\},\ L_2 = \{a_5\},\ L_3 = \{a_7\}.$$

Множества L_i целиком состоят из запрещенных вершин объединения альтернативных дуг:

$$S = \{a_5, a_7\},\ |S| = 2 .$$

Сформируем множество $\tilde{S}$:

$$\tilde{S} = \{a_5\}\ (a_7 \vee a_5).$$

Сформируем множества $\overline{L}_i$:

$$\overline{L}_1 = \{a_6\},\ \overline{L}_2 = \{a_6\},\ \overline{L}_3 = \{a_7\}.$$

Изменяем множества W_i и L_i:

$W_1 = \{a_2, a_5, a_6\}$, $W_2 = \{a_3, a_5, a_6\}$, $W_3 = \{a_4, a_7\}$;

$L_1 = \{a_6\}$, $L_2 = \{a_6\}$, $L_3 = \{a_7\}$.

Множества L_i включают вершину $\{a_6\}$, не являющуюся запрещенной вершиной объединения альтернативных дуг, поэтому сформируем множества $\overline{L}_i$:

$\overline{L}_1 = \{a_7\}$, $\overline{L}_2 = \{a_7\}$, $\overline{L}_3 = \{a_7\}$.

Изменяем множества W_i и L_i:

$W_1 = \{a_2, a_5, a_6, a_7\}$, $W_2 = \{a_3, a_5, a_6, a_7\}$, $W_3 = \{a_4, a_7\}$;

$L_1 = \{a_7\}$, $L_2 = \{a_7\}$, $L_3 = \{a_7\}$.

Множества L_i целиком состоят из запрещенных вершин объединения альтернативных дуг:

$S = \{a_7\}$, $|S| = 1$.

Определяем отношения альтернативы для сформированных путей W_i:

W_1 и W_2 – $a_2 \psi a_3$;

W_1 и W_3 – $a_2 \psi a_4$, $a_5 \psi a_4$, $a_6 \psi a_4$;

W_2 и W_3 – $a_3 \psi a_4$, $a_5 \psi a_4$, $a_6 \psi a_4$.

Выбираем следующую альтернативную вершину:

$a_{\text{alt}} = a_9$, $\tilde{S} = \varnothing$, $S = \varnothing$.

Определяем количество альтернативных путей, исходящих из вершины a_{alt}:

$N = 2$.

Задаем начальные значения множеств W_i и L_i:

$W_1 = \{a_{10}\}$, $W_2 = \{a_{11}\}$;

$L_1 = \{a_{10}\}$, $L_2 = \{a_{11}\}$.

Формируем множества $\overline{L}_i$:

$\overline{L}_1 = \{a_{12}\}$, $\overline{L}_2 = \{a_{12}\}$.

Изменяем множества W_i и L_i:

$W_1 = \{a_{10}, a_{12}\}$, $W_2 = \{a_{11}, a_{12}\}$;

$L_1 = \{a_{12}\}$, $L_2 = \{a_{12}\}$.

Множества L_i целиком состоят из запрещенных вершин объединения альтернативных дуг:

$S = \{a_{12}\}$, $|S| = 1$.

Определяем отношения альтернативы для сформированных путей W_i:

W_1 и W_2 – $a_{10} \psi a_{11}$.

Рассмотрены все альтернативные вершины, конец алгоритма.

Рассмотренный способ построения матрицы отношений, характеризующийся $O\left(n^3\right)$ сложностью, обеспечивает корректное построение матрицы отношений для корректных ациклических алгоритмов [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Минобразования “Столетовские гранты – 2003”.

Библиографический список

1. Зотов И.В., Колосков В.А., Титов В.С., Сапронов К.А., Волков А.П. Организация и синтез микропрограммных мультимикроконтроллеров. – Курск: ГУИПП “Курск”, 1999. – 368 с.
2. Поиск базового сечения в задаче разбиения параллельных алгоритмов / Ватутин Э.И., Зотов И.В.; КГТУ. Курск, 2003. 30 с. Рус. деп. в ВИНИТИ 24.11.03 № 2036-В2003.
3. Ватутин Э.И., Зотов И.В., Титов В.С. Построение множества сечений в задаче оптимального разбиения параллельных управляющих алгоритмов // Известия ТулГУ. Вычислительная техника. Информационные технологии. Системы управления. Тула: ТулГУ, 2003. Т. 1. Вып. 2. С. 70–77.