

**Анализ результатов применения метода случайного перебора в задаче поиска разбиений граф-схем параллельных алгоритмов**

Ватутин Э.И., Колясников Д.В., Титов В.С.

Юго-Западный государственный университет, кафедра вычислительной техники, г. Курск, 305016, Россия

Аннотация. В статье приведено описание метода случайного перебора в задаче построения субоптимальных разбиений параллельных алгоритмов логического управления, возникающей при проектировании мультисистем. Проведен анализ скорости сходимости, приведены результаты сопоставления качества оптимизации с известными эвристическими методами, показывающие, что при достаточном количестве итераций качество решений является приемлемым. Метод случайного перебора является легко распараллеливаемым, что позволяет его исполнение на широком спектре современных параллельных вычислительных средств.

Ключевые слова: дискретная комбинаторная оптимизация, эвристические методы, проектирование мультиконтроллеров, граф-схемы параллельных алгоритмов, разбиения.

Abstract. The article describes the random search method in the problem of constructing suboptimal separations of parallel logic control algorithms within logical multicontrollers design. The analysis of the convergence rate and results of a comparison with the known quality optimization heuristic methods are given. Showed that a sufficient number of iterations provide acceptable quality of solutions. The

random search method is well parallelized that allows using a wide range of modern parallel computing resources.

Keywords: discrete combinatorial optimization, heuristic methods, multicontrollers design, graph-schemes of algorithms, separations.

Построение параллельных однородных многомодульных систем логического управления (СЛУ), именуемых также логическими мультиконтроллерами, является важной задачей, т.к. указанные мультисистемы могут быть оперативно настроены на выполнение любого параллельного алгоритма логического управления путем отыскания его разбиения на последовательные блоки ограниченной сложности с их размещением в соответствующих модулях [1–4]. Асимптотическая временная сложность задачи поиска оптимального разбиения определяется числом Белла [5], что не позволяет отыскание оптимальных решений для большинства практически важных случаев (граф-схемы алгоритмов с  $N > 10$  вершинами) и вынуждает довольствоваться субоптимальными решениями, полученным с использованием различных эвристических методов [6–11]. Поставленная задача относится к классу задач дискретной комбинаторной многокритериальной оптимизации, а полученные решения оцениваются по ряду частных показателей качества, к которым относятся среднее число блоков в составе разбиения  $\gamma(H)$ , средние степени дублирования сигналов логических условий и микроопераций  $\gamma(X)$  и  $\gamma(Y)$ , средние значения сложности сети межблочных связей  $\gamma(\alpha)$  и интенсивности межблочных взаимодействий  $\gamma(\delta)$ . В ряде случаев удобно рассмотрение интегрального показателя качества  $\gamma(J)$ , представляющего собой взвешенную сумму нормированных значений частных показателей [12]. Различные эвристические методы характеризуются существенно различным качеством минимизации частных показателей качества [13–17] в зависимости от значений технологических ограничений (области пространства параметров), к которым

относятся ограничения на число принимаемых контроллером сигналов логических условий  $X_{\max}$  и емкость памяти контроллера  $W_{\max}$ . Минимизация указанных показателей качества необходима для снижения аппаратной сложности проектируемых СЛУ в совокупности с повышением их быстродействия.

В работе [18] приведены результаты применения метода случайного перебора в известной задаче поиска кратчайших путей в графе, а в работе [19] приведено детальное описание алгоритма случайного перебора применительно к рассматриваемой задаче построения разбиений граф-схем параллельных алгоритмов логического управления. Алгоритм основан на том, что для очередной нерассмотренной вершины, выбираемой случайно, определяется множество блоков, в которые она может быть включена без нарушения ограничений, вероятность попадания вершины в один из них вычисляется пропорционально значению  $0 \leq \alpha \leq 1$  (настроечный параметр алгоритма). Также выбранная вершина может образовать собой новый блок разбиения с вероятностью  $1 - \alpha$ . Из множества возможных включений случайным образом пропорционально указанным вероятностям выбирается одно из включений, вершина добавляется в выбранный блок и исключается из дальнейшего рассмотрения. По завершении рассмотрения всех вершин сформировано искомое случайное разбиение. Повторяя описанный процесс  $S$  раз возможно получение  $S$  различных разбиений, из которых по интегральному показателю  $J$  выбирается лучшее и возвращается в качестве результата.

Следует ожидать, что полученное качество результирующего разбиения будет сильно зависеть как от значения вероятности попадания вершины в существующий блок  $\alpha$ , так и от выполненного числа итераций перебора  $S$ . Малое значение вероятности  $\alpha$  способствует образованию избыточных блоков разбиения и, как следствие, ухудшает остальные частные показатели качества, что подтверждают результаты соответствующего вычислительного эксперимента, выполненного в разработанной программной системе РАЕ [20, 21], приведенны на рис. 1.

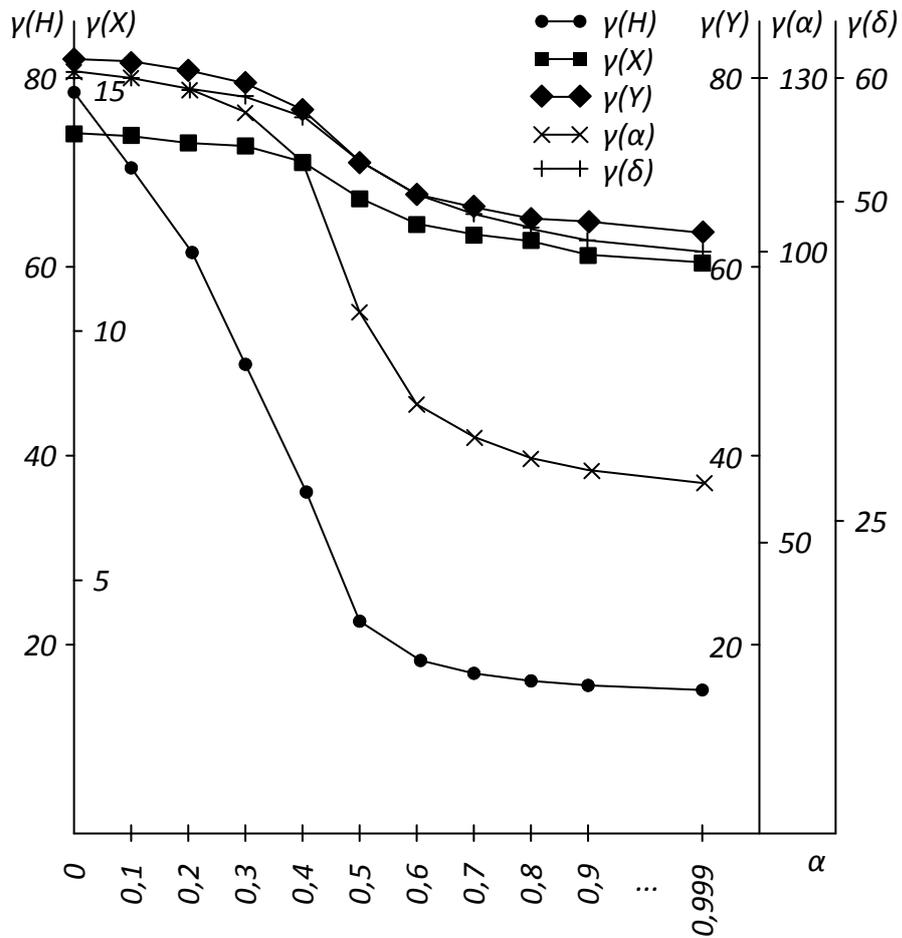


Рис. 1. Зависимости частных показателей качества от вероятности попадания вершины в существующий блок  $\alpha$ , число вершин в граф-схемах алгоритмов  $N = 100$ , объем выборки граф-схем  $K = 1000$ , без ограничений,  $C = 1$

В результате анализа приведенных на рис. 1 результатов вычислительного эксперимента можно сделать вывод о том, что наилучшие результаты достигаются при  $\alpha \rightarrow 1$ . Однако при этом необходимо выполнение условия  $\alpha < 1$ , т.к. при  $\alpha = 1$  невозможно образование новых блоков разбиения (соответствующая вероятность равна нулю). В области значения  $\alpha$  вблизи 1 был проведен дополнительный эксперимент, который не выявил каких-либо существенных отклонений в тенденциях изменения частных показателей

качества, эмпирически было выбрано оптимальное значение  $\alpha^* = 0,999$ , используемое в дальнейших экспериментах.

Известно [18], что с ростом числа итераций  $C$  значения частных показателей качества монотонно уменьшаются, асимптотически стремясь к некоторому минимуму, а затраты вычислительного времени линейно растут. При этом выбор оптимального значения  $C$  представляется разумным производить исходя либо из соображений дальнейшего незначительного уменьшения значений частных показателей качества, либо ввиду наличия ограничения на затраты вычислительного времени. Итерационный процесс допускает тривиальное распараллеливание с использованием широкого спектра современного аппаратного обеспечения (многоядерные процессоры, многопроцессорные машины, кластеры, суперкомпьютеры, грид-системы) ввиду отсутствия зависимостей по управлению и информации между отдельными подзадачами.

Результаты соответствующего вычислительного эксперимента, анализирующего тенденции изменения частных показателей качества с ростом  $C$ , приведены на рис. 2.

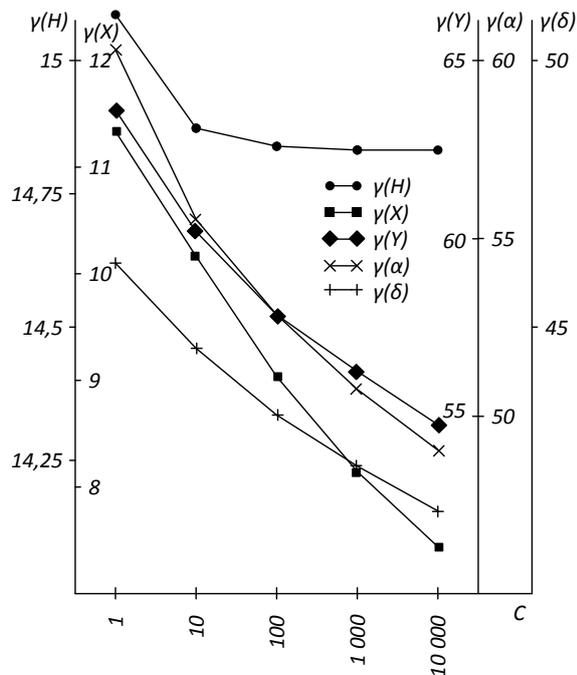


Рис. 2. Зависимости частных показателей качества от числа итераций  $C$ ,  
 $N = 100$ ,  $K = 1000$ , без ограничений

При  $C = 10\,000$  затраты на выполнение вычислительного эксперимента составляют порядка 6 часов вычислительного времени одного ядра процессора Intel Core i7 4770 @ 3,4 ГГц (Haswell). Зависимости, приведенные на рис. 2, показывают, что по ряду частных показателей качества ( $\gamma(X)$ ,  $\gamma(Y)$ ,  $\gamma(\alpha)$ ,  $\gamma(\delta)$ ) кривые не достигают насыщения и целесообразно дальнейшее увеличение числа итераций, однако для этого потребуются существенно большие затраты вычислительного времени (как минимум в 10–100 раз). В то же время число блоков разбиения  $\gamma(H)$  практически не уменьшается начиная с  $C = 1\,000$ . Таким образом, разумным минимумом числа итераций случайного перебора в рассматриваемой задаче следует считать значение  $C = 1\,000$ , однако по возможности оно может быть увеличено на 2–3 порядка с соответствующим дополнительным уменьшением частных показателей качества разбиений как минимум в пределах нескольких десятков процентов.

Приведенные выше графики были получены при отсутствующих технологических ограничениях ( $X_{\max} = W_{\max} = \infty$ ). Ниже в таблицах 1 и 2 приведены количественные результаты, полученные для случаев наличия различных ограничений. Кроме того, в таблицах приведены данные, позволяющие сопоставить полученные количественные значения частных показателей качества для метода случайного перебора (сокращенно *RS*) при различном числе итераций  $C$  с соответствующими значениями для решений, полученных с использованием известных подходов (метода С.И. Баранова [6, 7], сокращенно *B*, жадной стратегии с ограничением на смежность [8, 9], сокращенно *AB*, метода параллельно-последовательной декомпозиции [10, 11], сокращенно *P*).

Таблица 1. Зависимости частных показателей качества и времени на поиск решения от числа итераций  $C$ ,  $N = 100$ ,  $K = 1000$ ,  $W_{\max} = 15$  (жирным выделены

лучшие решения, в процентах указано улучшение значения частного показателя для метода  $RS$  при увеличении числа итераций в 10 раз)

Метод	$\gamma(H)$	$\gamma(X)$	$\gamma(Y)$	$\gamma(\alpha)$	$\gamma(\delta)$	$\gamma(J)$	$t$
$AB$	15,417	9,456	57,361	46,082	38,267	2,690	5,9 мс
$B$	15,518	8,710	53,481	<b>45,301</b>	51,898	2,672	3,4 мс
$P$	<b>14,989</b>	<b>8,178</b>	<b>49,490</b>	47,597	<b>36,279</b>	<b>2,492</b>	11,8 мс
$RS, C=1$	15,197	11,483	64,137	61,378	46,506	2,993	2,2 мс
$RS, C=10$	14,913	10,563	60,893	56,455	44,934	2,851	21,0 мс
	+1,9%	+8,0%	+5,1%	+8,0%	+3,4%	+4,7%	
$RS, C=10^2$	14,859	9,643	58,728	53,994	43,872	2,763	207 мс
	+0,4%	+8,7%	+2,7%	+4,4%	+2,4%	+3,1%	
$RS, C=10^3$	14,847	9,020	57,161	52,270	43,194	2,704	2,1 с
	+0,1%	+6,4%	+2,7%	+3,2%	+1,5%	+2,1%	
$RS, C=10^4$	14,841	8,513	55,651	50,963	42,590	2,654	20,9 с
	+0,04%	+5,6%	+2,7%	+2,5%	+1,4%	+1,8%	

Анализ тенденций изменения частных показателей приводит к подтверждению сформулированного выше утверждения о том, что дальнейшее увеличение числа итераций  $C$  должно дополнительно позитивно сказаться на качестве минимизации частных показателей.

Таблица 2. Зависимости частных показателей качества и времени на поиск решения от числа итераций  $C$ ,  $N=100$ ,  $K=1000$ ,  $X_{\max}=10$  (жирным выделены лучшие решения)

Метод	$\gamma(H)$	$\gamma(X)$	$\gamma(Y)$	$\gamma(\alpha)$	$\gamma(\delta)$	$\gamma(J)$	$t$
$AB$	15,025	8,099	50,733	41,459	<b>35,699</b>	2,464	6,3 мс
$B$	14,930	<b>7,264</b>	51,586	<b>41,125</b>	35,731	2,451	3,9 мс
$P$	<b>14,876</b>	7,626	<b>47,578</b>	45,792	36,045	<b>2,422</b>	11,8 мс

<i>RS, C = 1</i>	15,157	11,431	63,864	61,021	46,424	2,978	2,2 мс
<i>RS, C = 10</i>	14,888	10,295	60,349	55,878	44,676	2,825	25 мс
<i>RS, C = 10<sup>2</sup></i>	14,854	9,399	57,831	53,269	43,602	2,733	220 мс
<i>RS, C = 10<sup>3</sup></i>	14,839	8,606	56,131	51,314	42,572	2,664	2,2 с
<i>RS, C = 10<sup>4</sup></i>	14,841	8,014	54,770	49,455	41,764	2,608	20,8 с

Приведенные результаты показывают, что метод случайного перебора в ряде случаев обеспечивает меньшее число блоков в разбиениях (в среднем на 1,0% и 0,2% для проведенных экспериментов соответственно) при больших значениях средней степени дублирования логических условий на 4,1% и 10,3% соответственно, степени дублирования микроопераций на 12,5% и 15,1% соответственно, сложности сети межблочных связей на 12,5% и 20,2% соответственно и интенсивности межблочных взаимодействий на 17,4% и 17,0% соответственно.

В таблице 3 приведены результаты вычислительного эксперимента, для случая с большим числом вершин в составе граф-схем алгоритмов управления и отсутствующих ограничений (затраты вычислительного времени – 4 часа).

Таблица 3. Зависимости частных показателей качества и времени на поиск решения от числа итераций  $C$ ,  $N = 500$ ,  $K = 10$ , без ограничений (жирным выделены лучшие решения, с скобках указано отставание в процентах от лучшего решения)

Метод	$\gamma(H)$	$\gamma(X)$	$\gamma(Y)$	$\gamma(\alpha)$	$\gamma(\delta)$	$\gamma(J)$	$t$
<i>AB</i>	<b>57,5</b>	<b>80,9</b>	279,5	226,6	<b>107,950</b>	7,177	0,6 мс
<i>B</i>	57,6	81,8	282,6	<b>225,1</b>	108,415	7,247	0,3 мс
<i>P</i>	57,6	83,3	<b>257,8</b>	282,2	114,004	<b>6,954</b>	0,9 мс

<i>RS</i> , $C=1$	59,9	116,7	377,8	395,4	144,166	9,644	0,14 мс
<i>RS</i> , $C=10$	59,1	113,0	364,2	384,2	141,881	9,336	1,3 с
<i>RS</i> , $C=10^2$	58,9	112,6	354,0	382,4	142,347	9,171	13,2 с
<i>RS</i> , $C=10^3$	58,5	110,6	350,8	378,3	142,107	9,072	2,2 мин
<i>RS</i> , $C=10^4$	58,6 (– 1,9%)	108,6 (– 34,2%)	347,5 (– 34,8%)	377,8 (–67,8)	141,716 (– 31,2%)	8,986 (– 29,3%)	23,3 мин

Анализ приведенных данных показывает сделать вывод о том, что с ростом размерности задачи эффективность метода случайного перебора падает по сравнению с другими подходами, что, по-видимому, вызвано существенным увеличением числа возможных решений (ветвей комбинаторного дерева) по сравнению с числом перебираемых в ходе случайного перебора.

Следует ожидать, что метод случайного перебора будет обеспечивать решения неплохого качества при построении разбиений сравнительно небольших граф-схем алгоритмов. Для подтверждения данного тезиса необходима организация более масштабного вычислительного эксперимента, аналогичного рассмотренному в [15–17].

### Библиографический список

1. Организация и синтез микропрограммных мультимикроконтроллеров / Зотов И.В. и др.; Курск: Изд-во «Курск», 1999. 368 с.
2. Архитектура параллельных логических мультимикроконтроллеров / Емельянов С.Г., Зотов И.В., Титов В.С. М: Высшая школа, 2009. 233 с.
3. Комбинаторно-логические задачи синтеза разбиений параллельных алгоритмов логического управления при проектировании логических

- мультиконтроллеров / Э.И. Ватутин, И.В. Зотов, В.С. Титов и др.; Курск: изд-во КурскГТУ, 2010. 200 с.
4. Ватутин Э.И. Проектирование логических мультиконтроллеров. Синтез разбиений параллельных граф-схем алгоритмов. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2011. 292 с.
  5. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа\\_Белла](https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа_Белла)
  6. Баранов С.И., Журавина Л.Н., Песчанский В.А. Обобщенный метод декомпозиции граф-схем алгоритмов // А и ВТ. 1982. № 5. С. 43–51.
  7. Ватутин Э.И. Библиотека функций построения разбиений методом С.И. Баранова с жадным последовательным формированием блоков // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010612902 от 28.04.10.
  8. Ватутин Э.И., Леонов М.Е. Использование смежной окрестности при жадном последовательном формировании блоков разбиения граф-схем параллельных алгоритмов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2013. Т. 56. № 6. С. 30–35.
  9. Ватутин Э.И., Титов В.С. Библиотека функций для построения разбиений с использованием смежной жадной стратегии и последовательным формированием блоков // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013619395 от 03.10.13.
  10. Ватутин Э.И., Зотов И.В. Метод формирования субоптимальных разбиений параллельных управляющих алгоритмов // Параллельные вычисления и задачи управления (РАСО'04). М.: ИПУ РАН, 2004. С. 884–917.
  11. Ватутин Э.И., Зотов И.В. Параллельно-последовательный метод формирования субоптимальных разбиений параллельных управляющих алгоритмов // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2005613091 от 28.11.05.
  12. Ватутин Э.И. Оценка качества разбиений параллельных управляющих алгоритмов на последовательные подалгоритмы с использованием весовой

- функции // Интеллектуальные и информационные системы (Интеллект-2005). Тула, 2005. С. 29–30.
13. Ватутин Э.И., Волобуев С.В., Зотов И.В. Комплексная сравнительная оценка методов выбора разбиений при проектировании логических мультиконтроллеров // Идентификация систем и задачи управления (SICPRO'08). М.: ИПУ РАН, 2008. С. 1917–1940.
14. Ватутин Э.И., Волобуев С.В., Зотов И.В. Комплексный сравнительный анализ качества разбиений при синтезе логических мультиконтроллеров в условиях присутствия технологических ограничений // Параллельные вычисления и задачи управления (РАСО'08). М.: ИПУ РАН, 2008. С. 643–685.
15. Ватутин Э.И., Титов В.С. Сравнение методов синтеза разбиений параллельных алгоритмов логического управления с использованием двухпараметрических диаграмм // Распознавание – 2012. Курск: изд-во ЮЗГУ, 2012. С. 138–140.
16. Ватутин Э.И., Титов В.С. Сравнение методов синтеза разбиений граф-схем параллельных алгоритмов с использованием двумерных диаграмм // Известия Юго-Западного государственного университета. Курск, 2012. № 3 (42), 2012. С. 66–74.
17. Ватутин Э.И., Титов В.С. Использование добровольных распределенных вычислений на платформе BOINC для анализа качества разбиений граф-схем параллельных алгоритмов // Параллельные вычисления и задачи управления (РАСО'12). М.: ИПУ РАН, 2012. Т. 2. С. 37–54.
18. Ватутин Э.И., Дремов Е.Н., Мартынов И.А., Титов В.С. Метод взвешенного случайного перебора для решения задач дискретной комбинаторной оптимизации // Известия ВолГТУ. Серия: Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь. № 10 (137). Вып. 9. 2014. с. 59–64.
19. Ватутин Э.И., Колясников Д.В., Мартынов И.А., Титов В.С. Метод случайного перебора в задаче построения разбиений граф-схем

- параллельных алгоритмов // Многоядерные процессоры, параллельное программирование, ПЛИС, системы обработки сигналов. Барнаул: Барнаул, 2014. С. 115–125.
20. Ватутин Э.И., Зотов И.В. Программная система для построения разбиений параллельных управляющих алгоритмов // Труды V международной конференции «Идентификация систем и задачи управления (SICPRO'06)». М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2006. С. 2239–2250.
21. Ватутин Э.И., Зотов И.В. Визуальная среда синтеза разбиений параллельных алгоритмов логического управления // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007613222 от 30.07.07.