УДК 681.3

Э.И. Ватутин, канд. техн. наук, доцент, кафедра вычислительной техники, ЮЗГУ (e-mail: evatutin@rambler.ru)
В.С. Панищев, канд. техн. наук, ЦИТП РАН (e-mail: gskunk@yandex.ru)
С.Н. Гвоздева, аспирант, кафедра вычислительной техники, ЮЗГУ (e-mail: svetka-gvozdeva@yandex.ru)
В.С. Титов, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой вычислительной техники, ЮЗГУ (e-mail: titov-kstu@rambler.ru)

МЕТОД ВЗВЕШЕННОГО СЛУЧАЙНОГО ПЕРЕБОРА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ РАЗБИЕНИЙ ГРАФ-СХЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЛОГИЧЕСКИХ МУЛЬТИКОНТРОЛЛЕРОВ

В статье приведено описание особенностей использования метода взвешенного случайного перебора в задаче поиска субоптимальных разбиений граф-схем параллельных алгоритмов, возникающей при проектировании систем логического управления в базисе логических мультиконтроллеров (ЛМК). Приведен обзор известных методов решения поставленной задачи, большинство из которых являются жадными последовательными методами (за исключением метода случайного перебора) и обеспечивают получение решений неплохого качества в различных областях трехмерного пространства, образованного размерностью задачи N и технологическими ограничениями $X_{\max}$ *и* $W_{\max}$ *базиса ЛМК за счет наличия зонной зависимости. Комбинируя лучшие стороны жадного и случайного подходов, возможна разработка метода, производящего распределение вершин по блокам разбиения исходя из расчета взвешивающей эвристики с настраиваемой степенью разброса D относительно жадной оценки приращения качества решения. Для указанного метода разработана программная реализация, с использованием которой проведен ряд вычислительных экспериментов. В ходе метаоптимизации выяснено, что оптимальная степень разброса* $D^* = 0$, *что отличается от поведения метода в других задачах дискретной комбинаторной оптимизации и обеспечивает итерационный характер метода только за счет вариации порядка рассмотрения вершин. С указанной степенью разброса для программной реализации метода был реализован вычислительный эксперимент, который показал ее преимущество по качеству результирующих решений по всем показателям качества за исключением интенсивности межблочных взаимодействий. При этом время работы метода в 43 раза больше метода случайного перебора и лимитируется временем оценки качества формируемого разбиения.*

Ключевые слова: дискретная комбинаторная оптимизация, граф-схемы параллельных алгоритмов, разбиения, взвешенный случайный перебор

***

Одним из перспективных подходов к созданию систем логического управления (СЛУ), ориентированных на реализацию параллельных граф-схем алгоритмов (ПарГСА) управления, является их синтез в базисе логических мультиконтроллеров (ЛМК) [1–4], представляющих собой коллектив однотипных контроллеров, соединенных общей коммуникационной подсистемой. При их проектировании требуется нахождение разбиения заданной ПарГСА на блоки ограниченной сложности, каждый из которых представляет собой последовательный участок исходной ПарГСА без параллельных ветвей и впоследствии отображается на один из контроллеров в составе ЛМК. Указанная задача поиска субоптимального разбиения имеет ярко выраженный комбинаторный характер, относится к классу задач дискретной оптимизации [5] и не допускает получение оптимального решения за разумное время для граф-схем алгоритмов управления практически важной размерности, ввиду чего для ее решения на практике применяются эвристические методы. В работах [6–8] для ее решения были предложены жадные подходы, являющиеся последовательными и обеспечивающие получение единственного решения. В работе [9] показано, что поставленная задача может быть полиномиально сведена к задаче поиска минимальной раскраски графа специального вида и качество ее решения целиком и полностью определяется качеством работы используемых алгоритмов раскраски, при этом задача поиска минимальной раскраски сама по себе является труднорешаемой (кроме того, возникает ряд трудностей с реализацией поддержки технологических ограничений). В работах [10, 11] для решения поставленной задачи было предложено использовать метод случайного перебора, который является итерационным и обеспечивает получение заданного числа решений $C_{\max}$ с последующим выбором наилучшего из них. В работах [12–20] описаны результаты вычислительных экспериментов, направленных на сравнение качества решений указанных методов. Они показали, что среди рассмотренных выше методов невозможно выделить однозначно лучший ввиду того, что при различных значениях размерности задачи и силы ограничений имеет место зонная зависимость: в различных областях пространства, образованного размерностью задачи и технологическими ограничениями, различные методы имеют преимущество при оптимизации различных показателей качества решения. Так метод С.И. Баранова проявляет себя с лучшей стороны при построении разбиений в условиях слабых или отсутствующих ограничений, его модификация с ограничением на выбор вершин из смежной окрестности – в области ограничений средней силы, метод случайного перебора – в области сильных ограничений и малой размерности задачи, а метод параллельно-последовательной декомпозиции – в области сильных ограничений для задач большой размерности. В данной работе приведено описание метода взвешенного случайного перебора, который позволяет получать решения более высокого качества за счет более высокой скорости сходимости.

Формализованная постановка задачи отыскания (суб)оптимального разбиения может быть представлена в следующем виде: требуется получить разбиение $\Gamma\left(A^0\right)=\left\{A_1, A_2, ..., A_H\right\}$ множества вершин A^0, $\left|A^0\right|=N$, граф-схемы исходного управляющего алгоритма $G^0=\left\langle A^0, V^0\right\rangle$, удовлетворяющее следующим условиям:

$$\bigcup_{i=1}^{H} A_i = A^0, \quad A_i \neq \varnothing, \quad A_i \cap A_j = \varnothing, \quad i, j = \overline{1, H}, \quad i \neq j,$$

$$\neg\left(a_i \omega a_j\right) \forall a_i, a_j \in A_k, \quad i \neq j, \quad k = \overline{1, H}, \tag{1}$$

$$W\left(A_i\right) \leq W_{\max}, \quad \left|X\left(A_i\right)\right| \leq X_{\max}, \quad \left|Y\left(A_i\right)\right| \leq Y_{\max}, \quad i = \overline{1, H},$$

где ω – обозначение бинарного отношения параллельности вершин [21], отражающее структурное ограничение ЛМК на необходимость отсутствия параллельных вершин в составе блоков разбиения; $W\left(A_i\right) = \sum_{a_j \in A_i} W\left(a_j\right)$ – суммарный «вес» вершин в составе i-го блока (необходимая емкость памяти микропрограмм контроллера в составе СЛУ); $X\left(A_i\right) = \bigcup_{a_j \in A_i} X\left(a_j\right)$ – множество логических условий, входящих в вершины i-го блока (число дорожек на прием контроллером сигналов логических условий); $Y\left(A_i\right) = \bigcup_{a_j \in A_i} Y\left(a_j\right)$ – множество микроопераций, входящих в вершины i-го блока (число дорожек на выдачу контроллером сигналов микроопераций); $W_{\max}$, $X_{\max}$ и $Y_{\max}$ – технологические ограничения ЛМК соответственно на максимальную емкость памяти микропрограмм контроллеров в составе СЛУ, максимальное число принимаемых контроллером сигналов логических условий от объекта управления и максимальное число выдаваемых контроллером сигналов микроопераций для объекта управления, такое что

$$\begin{gathered} Z_H = H\left(Sep\left(A^0\right)\right) \to \min, \\ Z_\alpha = \sum_{i=1}^{H} \sum_{j=1, j \neq i}^{H} \alpha\left(A_i, A_j\right) \to \min, \\ Z_\delta = \delta\left(Sep\left(A^0\right)\right) \to \min, \\ Z_X = \sum_{i=1}^{H} \left|X\left(A_i\right)\right| - \left|X\left(A^0\right)\right| \to \min, \\ Z_Y = \sum_{i=1}^{H} \left|Y\left(A_i\right)\right| - \left|Y\left(A^0\right)\right| \to \min, \end{gathered} \tag{2}$$

где $Z_H, Z_X, Z_Y, Z_\alpha, Z_\delta$ – частные показатели качества разбиения: Z_H – число блоков в разбиении; Z_α – сложность сети межблочных связей, порождаемая разбиением $\Gamma\left(A^0\right)$; $\alpha\left(A_i, A_j\right)$ – коэффициент связи блоков (он равен 1, если блоки разбиения связаны по управлению в направлении от A_i к A_j, т.е. необходима команда межконтроллерной передачи управления, и 0 в противном случае); Z_δ – суммарное число (интенсивность) межблочных взаимодействий; Z_X – степень дублирования сигналов логических условий; Z_Y – степень дублирования сигналов микроопераций. С целью решения однокритериальной оптимизационной задачи будем использовать интегральный показатель качества решения, представляющий собой взвешенную сумму нормированных значений частных показателей [22]:

$$
\begin{aligned}
J\left(\Gamma\left(A_k^0\right)\right) = {} & \frac{K_H}{\omega_{\max}\left(A_k^0\right)} H + \frac{K_X}{\left|X\left(A_k^0\right)\right|}\left(\sum_{i=1}^{H}\left|X\left(A_i\right)\right| - \left|X\left(A_k^0\right)\right|\right) + \\
& + \frac{K_Y}{\left|Y\left(A_k^0\right)\right|}\left(\sum_{i=1}^{H}\left|Y\left(A_i\right)\right| - \left|Y\left(A_k^0\right)\right|\right) + \frac{K_\delta}{\delta\left(A_k^0\right)}\delta\left(Sep\left(A_k^0\right)\right) + \\
& + \frac{K_\alpha}{\omega_{\max}\left(A_k^0\right)\left(\omega_{\max}\left(A_k^0\right) - 1\right)} \sum_{i=1}^{H} \sum_{j=1,\ i \neq j}^{H} \alpha\left(A_i, A_j\right),
\end{aligned} \tag{3}
$$

где $\omega_{\max}\left(A_k^0\right)$ – степень параллелизма граф-схемы алгоритма [23], $\delta\left(A_k^0\right)$ – теоретически максимальная интенсивность межблочных взаимодействий для заданной граф-схемы, обозначение $\Gamma\left(A_k^0\right)$ используется с целью иллюстрации того, что сравнение качества решений производится на выборке $\Lambda = \left\{G_1^0, G_2^0, ..., G_K^0\right\}$ из K тестовых примеров, $k = \overline{1, K}$.

При использовании жадного подхода на некотором шаге t алгоритма формирования разбиения среди еще не рассмотренных вершин выбирается такая вершина, включение которой в один из блоков разбиения обеспечивает минимальное ухудшение $\Delta Q_t \to \min$ качества частных (2) и/или интегрального (3) показателей качества: $Q_{t+1} = Q_t + \Delta Q_t$, $Q \in \left\{H, X, Y, \alpha, \delta, J\right\}$. Так в методе С.И. Баранова и его модификации с ограничением на смежную окрестность в качестве указанного приращения выбирается взвешенная сумма приращений показателей ΔX и ΔY [6]. При использовании метода случайного перебора приращения качества решения не рассчитываются, а размещение вершины в блоке разбиения производится случайно с использованием генератора псевдослучайных чисел (ГПСЧ) [10, 11]. Комбинируя указанные подходы [5, 24], введем в рассмотрение эвристику

$$
F_i = \Delta J_t \left(1 + 2D\left(r_k - 0{,}5\right)\right) \to \min, \tag{4}
$$

на основании которой будем принимать решение о том, в какой блок разбиения следует включить выбранную вершину. Здесь D – настроечный параметр, определяющий степень разброса относительно жадного приращения качества разбиения ΔJ_t, r_k – очередное псевдослучайное число с равномерным распределением на отрезке $\left[0{,}0; 1{,}0\right]$, получаемое от ГПСЧ (в рассмотренных ниже вычислительных экспериментах был использован линейный конгруэнтный генератор, интегрированный в состав Delphi). При малых значениях параметра разброса $D \to 0$ значения эвристики (4), соответствующие различным направлением при движении в рамках соответствующего дерева комбинаторного перебора, схожи с жадными приращениями ΔJ_t, соответствующие им диапазоны разброса значений $\left[\Delta J_t - \Delta J_t D; \Delta J_t + \Delta J_t D\right]$ при выборе различных включений не пересекаются, поведение метода является жадным. При больших значениях *D* интервалы разброса определяются случайной составляющей, поведение метода является случайным. Компромиссное значение *D*, выбираемое в ходе метаоптимизации, обеспечивает минимизацию приращений качества решения на каждой из итераций и, как следствие, хорошее качество результирующего решения с одной стороны и итерационный стохастический характер метода с другой.

Алгоритм взвешенного случайного перебора в указанной задаче приведен ниже.

1. (инициализация) Положить качество решения $Q := \infty$, $i := 1$.
2. Сформировать *i*-е разбиение $\Gamma_i\left(G^0\right) = \left\{A_1, A_2, ..., A_H\right\}$ для заданной граф-схемы $G^0 = \left\langle A^0, V^0 \right\rangle$ с использованием алгоритма взвешенного случайного перебора.
3. Оценить качество полученного разбиения $Q_i := J\left(\Gamma_i\left(G\right)\right)$.
4. Если $Q_i < Q$, запомнить лучшее на данный момент разбиение $S := \Gamma_i\left(G\right)$, положить $Q := Q_i$.
5. Положить $t := t + 1$. Если $t \le C_{\max}$, где $C_{\max}$ – число перебираемых вариантов решения, то перейти к п. 2.
6. Вернуть S в качестве результирующего разбиения.
7. Конец алгоритма.

Он практически не отличается от алгоритма случайного перебора, что оставляет его весьма простым и эффективным с позиции возможного распараллеливания в рамках мультистарт-стратегии построения решений.

Алгоритм построения одного разбиения с использованием взвешивающей эвристики (4) приведен ниже.

1. (инициализация) Положить разбиение равным пустому множеству: $\Gamma\left(G\right) := \varnothing$, $H := 0$; множество нерассмотренных вершин равным множеству вершин граф-схемы: $\tilde{A} := A^0$.
2. Случайным образом выбрать из множества нерассмотренных вершин текущую вершину $a_i \in \tilde{A}$.
3. Сформировать подмножество блоков разбиения $\Gamma^+ \subseteq \Gamma$, в которые допустимо включение вершины a_i (включение не нарушает ограничений). Для каждого из блоков $A_j \in \Gamma^+$ сформировать оценку $q_j = F_j$ по формуле (4), соответствующую взвешенному случайному приращению качества решения при включении вершины a_i в блок A_j. Добавить к ним оценку $q_0 := \mathrm{A}$, соответствующую включению вершины в новый блок, A – некоторое константное значение,

заведомо большее остальных приращений (в экспериментах, рассмотренных ниже, $\text{A}=10^8$ при остальных значениях $q_j \simeq 10^0$).

4. Выбрать минимальную оценку $j^* = \arg\max_{j=0,\overline{|\Gamma^+|}} q_j$. Если $j^*=0$, добавить в разбиение новый блок $\Gamma := \Gamma \bigcup A_{H+1}$, $A_{H+1}=\{a_i\}$, образованный вершиной a_i, и положить $H := H+1$, в противном случае произвести включение вершины a_i в блок A_{j^*}: $A_{j^*} := A_{j^*} \bigcup \{a_i\}$.
5. Исключить вершину a_i из множества нерассмотренных вершин: $\tilde{A} := \tilde{A} \setminus \{a_i\}$. Если множество нерассмотренных вершин не пусто $\left(\left|\tilde{A}\right| \neq 0\right)$, перейти к п. 2.
6. Конец алгоритма.

В данном алгоритме, в отличие от алгоритма случайного перебора [10, 11], образование новых блоков разбиения происходит только в крайнем случае, когда текущая вершина a_i не может быть включена ни в один из существующих блоков без нарушения ограничений. В методе случайного перебора в аналогичной ситуации оценки включения вершины в существующий блок взвешивались настроечным параметром $\alpha \in [0{,}0; 1{,}0]$, а в новый блок – значением $(1-\alpha)$, однако проведенная метаоптимизация (рис. 1 в [11]) показала, что решения наилучшего качества получаются при $\alpha \to 1$, что нашло отражение в приведенном выше описании алгоритма взвешенного случайного построения разбиения без использования настроечного параметра α в явном виде.

Для приведенного алгоритма была разработана программная реализация, которая оформлена в виде динамически подключаемой библиотеки (DLL) для работы в составе среды PAE [25, 26]. С ее использованием был произведен ряд вычислительных экспериментов, результаты которых представлены ниже. В рамках экспериментов производилось формирование выборки Λ граф-схем алгоритмов управления с использованием генератора [27], построение их разбиений и расчет усредненных значений показателей качества

$$\gamma(x) = \frac{\sum_{i=1}^{K} Z_x}{K},$$

где $x \in \{H, X, Y, \alpha, \delta, J\}$ – один из показателей качества. Усреднение по выборке используется для нивелирования влияния статистических выбросов и повышения объективности сравнения.

Перед использованием метода взвешенного случайного перебора на практике необходимо определиться со значением настроечного параметра разброса D, т.е. выполнить метаоптимизацию. (На данный момент метод взвешенного случайного перебора был опробован в задачах поиска кратчайшего пути в графе (сокр. SP) [24], построения диагональных латинских квадратов (сокр. DLS) [28] и эвристической оценки хроматического числа графа (сокр. GC) [29], для них были получены различные оптимальные значения разброса D^*, не позволяющие выбрать единое универсальное оптимальное значение, подходящее для большинства задач: $D^*_{SP} = 1{,}0,\, D^*_{DLS} \approx 0{,}17,\, D^*_{GC} \approx 1{,}1$). Для этого были организованы два вычислительных эксперимента, в которых значение разброса варьировалось в диапазоне $-2{,}0 \le D \le 2{,}0$ с шагом $\Delta D = 0{,}01$, значения технологических ограничений были выбраны $X_{\max} = W_{\max} = \infty$ (эксперимент 1, ограничения отсутствуют) и $X_{\max} = \infty$, $W_{\max} = 6$ (эксперимент 2, сильное ограничение), их результаты представлены на рис. 1 и 2.

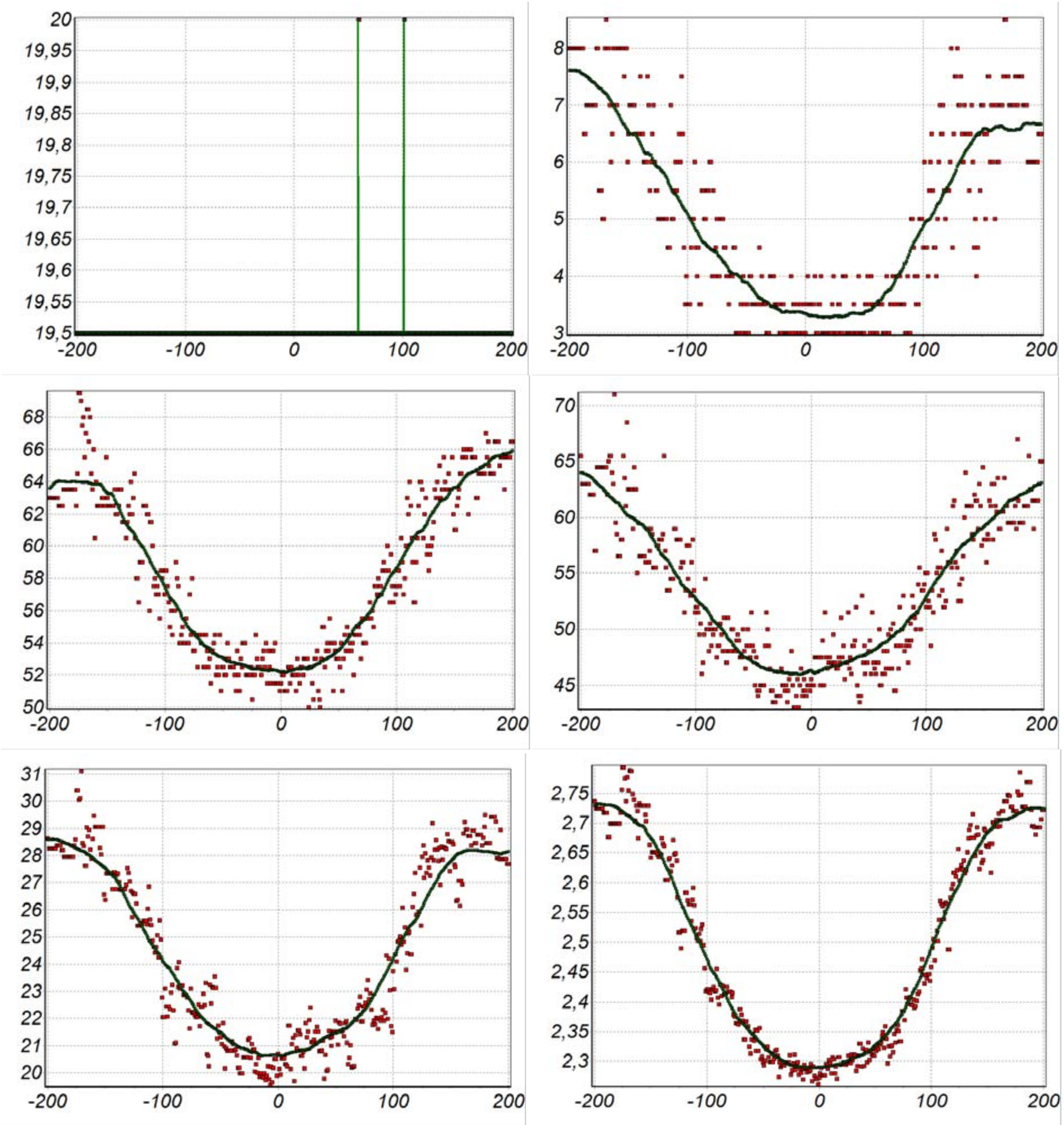

Рис. 1. Зависимость усредненных значений $\gamma(x)$, $x \in \{H, X, Y, \alpha, \delta, J\}$ показателей качества разбиений (слева направо сверху вниз: $\gamma(H), \gamma(X), \gamma(Y), \gamma(\alpha), \gamma(\delta), \gamma(J)$) от разброса $D_z \cdot 100$, значение окна при усреднении результатов (вычислении скользящей средней) $W = 80$, объем выборки $K = 2$, число итераций $C_{\max} = 100$, время вычислительного эксперимента $t = 3$ ч на процессоре Intel Core i7 4770 @ 3,4 ГГц (Haswell) для однопоточной программной реализации, размер граф-схем алгоритмов $N = 100$ вершин, ограничения отсутствуют: $X_{\max} = W_{\max} = \infty$.

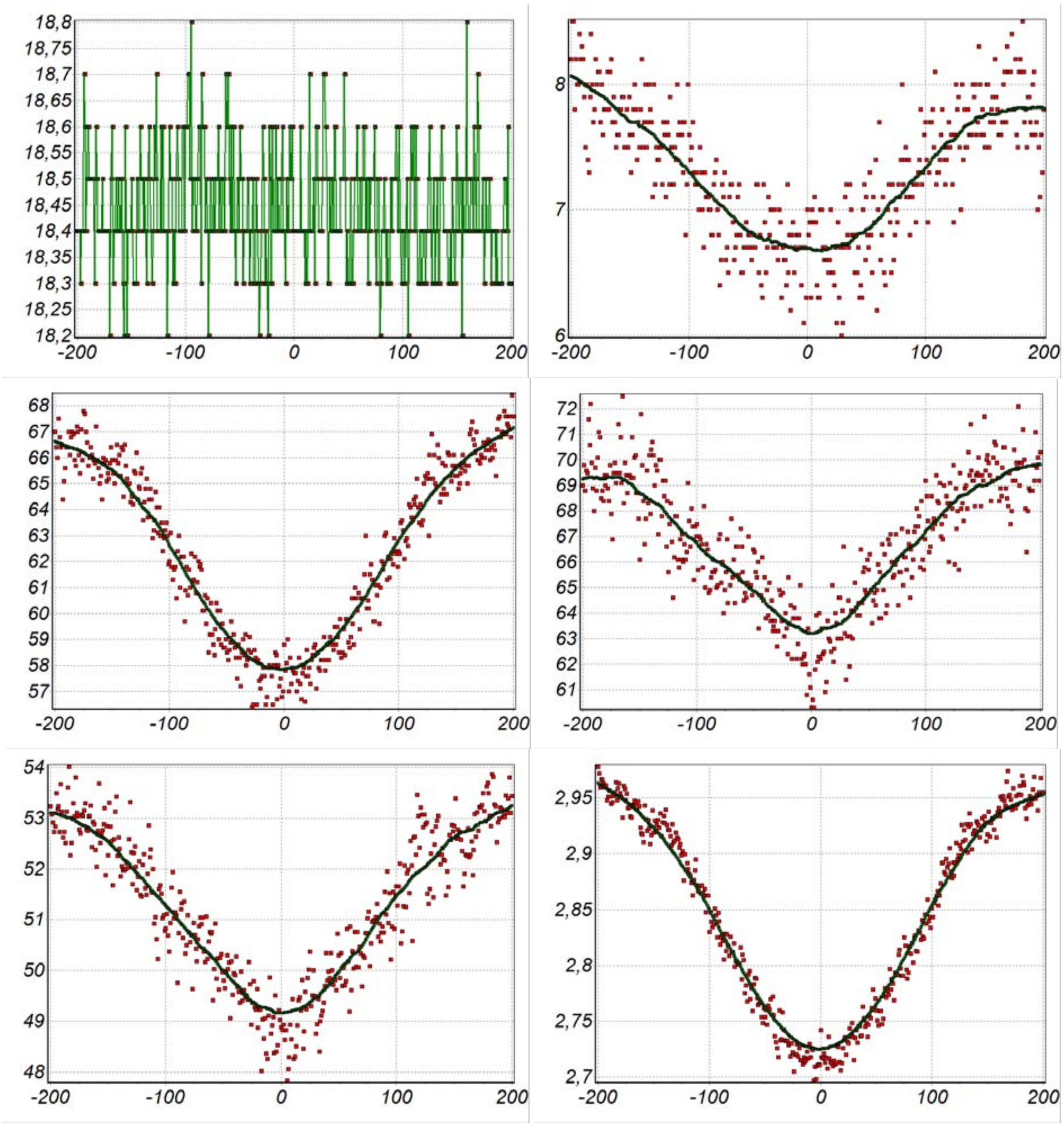

Рис. 2. Зависимость усредненных значений $\gamma(x)$, $x \in \{H, X, Y, \alpha, \delta, J\}$ показателей качества разбиений (слева направо сверху вниз: $\gamma(H), \gamma(X), \gamma(Y), \gamma(\alpha), \gamma(\delta), \gamma(J)$) от разброса $D_z \cdot 100$, значение окна при усреднении результатов (вычислении скользящей средней) $W = 80$, объем

выборки $K = 10$, число итераций $C_{\max} = 100$, время вычислительного эксперимента $t = 15$ ч, размер граф-схем алгоритмов $N = 100$ вершин, ограничения $X_{\max} = \infty$, $W_{\max} = 6$.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что значение разброса D^*, на котором достигаются близкие к оптимальному значения показателей качества, близко к нулю, что отличается от зависимостей, полученных с использованием аналогичной взвешивающей эвристики (4) в работах [24, 28, 29]. При нулевом значении разброса D качество решений на разных итерациях определяется только вариацией порядка рассмотрения вершин граф-схемы алгоритма при построении разбиения, что, по-видимому, объясняет высокую эффективность жадных методов в рассматриваемой задаче (по крайней мере в области слабых ограничений).

Чтобы убедиться в том, что значение $D^* = 0$ действительно приводит к получению решений наилучшего качества, по результатам вычислительных экспериментов на графиках эмпирически были выбраны диапазоны, в которых значение разброса незначительно ухудшает значения показателей качества (табл. 1).

Таблица 1. Диапазоны значений разброса D, выбранные в результате анализа данных вычислительных экспериментов, для различных показателей качества и условий эксперимента

Показатель качества	Эксперимент	
	Без ограничений (рис. 1)	Сильное ограничение (рис. 2)
H	–	–
X	$-0{,}59 \le D_X \le 0{,}89$	$-0{,}38 \le D_X \le 0{,}59$
Y	$-0{,}52 \le D_Y \le 0{,}53$	$-0{,}38 \le D_Y \le 0{,}28$
α	$-0{,}46 \le D_\alpha \le 0{,}73$	$-0{,}19 \le D_\alpha \le 0{,}31$
δ	$-0{,}60 \le D_\delta \le 0{,}66$	$-0{,}21 \le D_\delta \le 0{,}23$
J	$-0{,}36 \le D_J \le 0{,}33$	$-0{,}22 \le D_J \le 0{,}19$
Усредненные границы разброса	$-0{,}56 \le D^* \le 0{,}63$	$-0{,}28 \le D^* \le 0{,}32$
	$-0{,}32 \le D^* \le 0{,}32$	

Далее был организован вычислительный эксперимент, в котором в первом случае выбиралось значение $D^* = 0$, а во втором разброс варьировался случайно и равновероятно в диапазоне $D^* \in [-0{,}32; 0{,}32]$, его результаты для $C_{\max} = 1\,000$ приведены ниже (табл. 2).

Таблица 2. Результаты вычислительного эксперимента по выбору оптимального разброса D^* ($N = 100$, $K = 100$, $C_{\max} = 1\,000$, время эксперимента – 2,5 ч для каждой из реализаций метода)

Показатель качества	$D^* = 0$	$D^* \in [-0{,}32;\, 0{,}32]$
H	15,120	15,120
X	4,970	5,030
Y	43,100	43,540
α	39,160	39,770
δ	34,470	34,859
J	2,209	2,222

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что нулевое значение разброса позволяет получать решения незначительно более высокого качества по сравнению с вариацией разброса D^* в узком диапазоне. Данное значение взято в качестве оптимального для дальнейших вычислительных экспериментов.

На рис. 3 показаны зависимости значений показателей качества от числа итераций C и от времени t для однопоточной программной реализации (графики скорости сходимости).

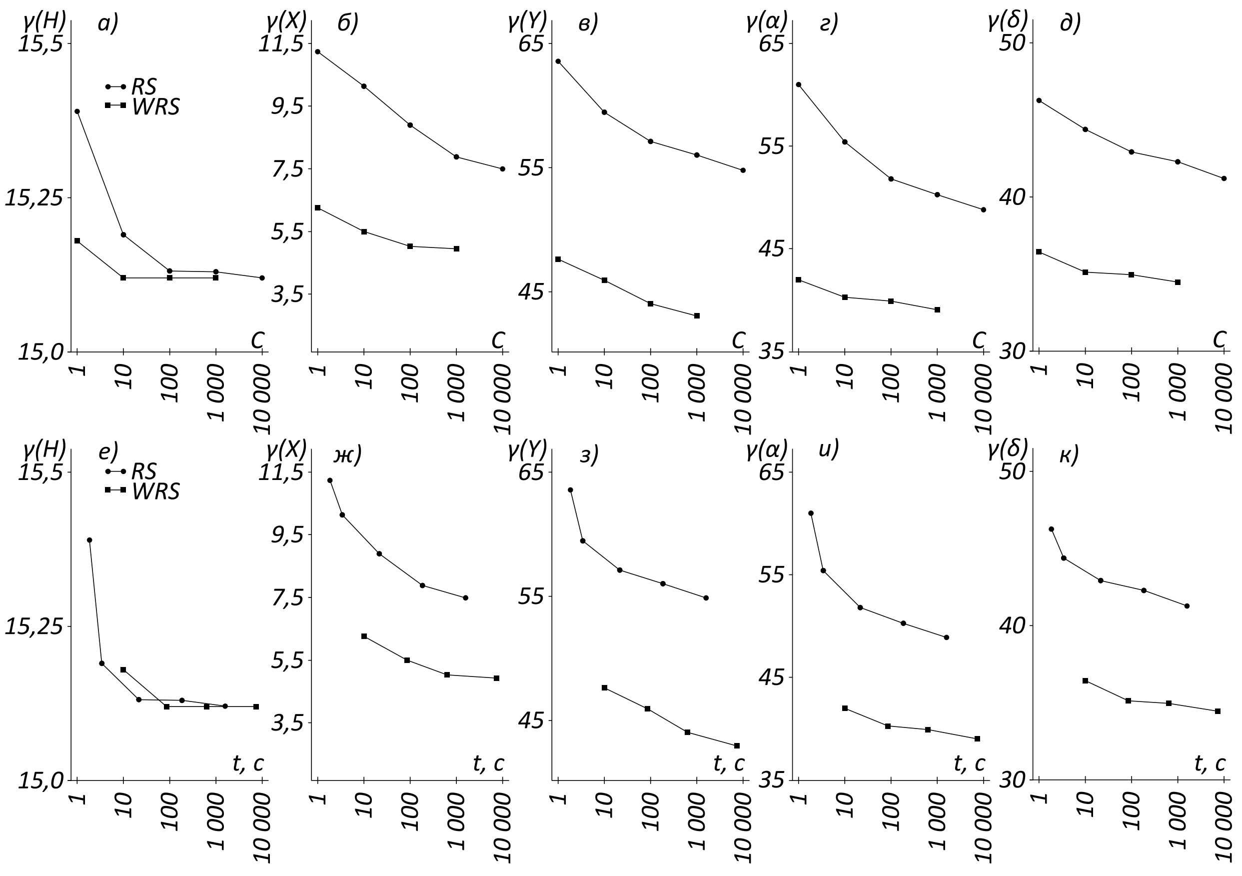

Рис. 3. Результаты оценки скорости сходимости для методов случайного (RS) и взвешенного случайного перебора (WRS): а–д – зависимость частных показателей качества разбиений от числа итераций C, е–к – зависимость частных показателей качества разбиений от затрат вычислительного времени $t\ \left(N=100, K=100\right)$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о существенном повышении скорости сходимости при использовании взвешивающей эвристики (4) по сравнению с методом случайного перебора, что находится в согласии с полученными ранее результатами для указанных методов в задаче поиска кратчайшего пути в графе [30].

Результаты сравнения качества решений для всех методов приведены в табл. 3.

Таблица 3. Зависимости частных показателей качества и времени на поиск решения от числа итераций $C_{\max}$, $N=100$, $K=100$, $X_{\max}=W_{\max}=\infty$ (жирным выделены лучшие решения), B – метод С.И. Баранова, AB – модификация метода С.И. Баранова с ограничением на смежность, P – метод параллельно-последовательной декомпозиции

Метод	$\gamma(H)$	$\gamma(X)$	$\gamma(Y)$	$\gamma(\alpha)$	$\gamma(\delta)$	$\gamma(J)$	t
AB	**15,120**	6,030	50,190	39,620	**33,289**	2,336	5,9 мс
B	**15,120**	6,030	51,140	39,660	33,303	2,351	3,4 мс
P	**15,120**	6,750	46,840	44,550	35,191	2,356	11,8 мс
RS, $C_{\max}=10^4$	**15,120**	7,560	54,910	48,960	51,196	2,578	20,9 с
WRS, $C_{\max}=1$	15,180	6,300	47,700	42,080	36,430	2,355	0,1 с
WRS, $C_{\max}=10$	**15,120**	5,530	46,000	40,360	35,127	2,279	0,93 с
	+0%	+12,2%	+3,6%	+4,1%	+3,6%	+3,2%	
WRS, $C_{\max}=10^2$	**15,120**	5,050	44,100	39,990	34,955	2,234	8,7 с
	+0%	+8,7%	+4,1%	+0,9%	+0,5%	+2,0%	
WRS, $C_{\max}=10^3$	**15,120**	**4,970**	**43,100**	**39,160**	34,470	**2,209**	90 с
	+0%	+1,6%	+2,3%	+2,1%	+1,4%	+1,1%	

Анализ полученных результатов позволяет сделать ряд выводов. Прежде всего, разработанная программная реализация метода взвешенного случайного перебора характеризуется высокой скоростью сходимости, что обеспечивает наивысшее качество получаемых решений по сравнению с другими известными реализациями (за исключением показателя интенсивности межблочных взаимодействий, по которому в указанных условиях эксперимента она уступает жадной смежной стратегии в среднем 3,4%). У метода существует потенциал для незначительного дальнейшего повышения качества решений (в пределах нескольких процентов) с ростом числа итераций $C_{\max}$, однако для этого необходимы существенно большие затраты вычислительного времени (сотни – тысячи часов). Время работы разработанной программной реализации лимитируется временем оценки качества решения по формуле (3), ввиду чего при одинаковых условиях (размерность задачи, число итераций) данная реализация работает приблизительно в 43 раза дольше реализации метода случайного перебора, что с лихвой компенсируется результирующими решениями более высокого качества. Использование раннего отсечения неперспективных решений в рамках стратегии ветвей и границ [31] с числом блоков H, превышающим рекорд, обеспечивает до 10% снижения времени поиска результирующего решения при работе в области сильных ограничений и является сопоставимым в пределах погрешности измерения при наличии слабых ограничений.

Библиографический список

1. Организация и синтез микропрограммных мультимикроконтроллеров / Зотов И.В., Колосков В.А., Титов В.С. и др. Курск: изд-во Курск, 1999. 368 с.
2. Архитектура параллельных логических мультиконтроллеров / Емельянов С.Г., Зотов И.В., Титов В.С. М: Высшая школа, 2009. 233 с.
3. Комбинаторно-логические задачи синтеза разбиений параллельных алгоритмов логического управления при проектировании логических мультиконтроллеров / Э.И. Ватутин, И.В. Зотов, В.С. Титов и др. Курск: изд-во КурскГТУ, 2010. 200 с.
4. Ватутин Э.И. Проектирование логических мультиконтроллеров. Синтез разбиений параллельных граф-схем алгоритмов. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2011. 292 с.
5. Ватутин Э.И., Титов В.С., Емельянов С.Г. Основы дискретной комбинаторной оптимизации. М.: Аргамак-Медиа, 2016. 270 с.
6. Баранов С.И., Журавина Л.Н., Песчанский В.А. Обобщенный метод декомпозиции граф-схем алгоритмов // А и ВТ. 1982. № 5. С. 43–51.
7. Ватутин Э.И., Леонов М.Е. Использование смежной окрестности при жадном последовательном формировании блоков разбиения граф-схем параллельных алгоритмов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2013. Т. 56. № 6. С. 30–35.
8. Ватутин Э.И., Зотов И.В. Метод формирования субоптимальных разбиений параллельных управляющих алгоритмов // Параллельные вычисления и задачи управления (PACO’04). М.: ИПУ РАН, 2004. С. 884–917.
9. Закревский А.Д., Поттосин Ю.В. Декомпозиция параллельных алгоритмов логического управления по заданному разбиению множества предложений // Автоматика и вычислительная техника. 1985. № 4. С. 65–72.
10. Ватутин Э.И., Колясников Д.В., Мартынов И.А., Титов В.С. Метод случайного перебора в задаче построения разбиений граф-схем

параллельных алгоритмов // Многоядерные процессоры, параллельное программирование, ПЛИС, системы обработки сигналов. Барнаул: Барнаул, 2014. С. 115–125.
11. Ватутин Э.И., Колясников Д.В., Титов В.С. Анализ результатов применения метода случайного перебора в задаче поиска разбиений граф-схем параллельных алгоритмов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014. № 12 (161). С. 102–110.
12. Ватутин Э.И., Волобуев С.В., Зотов И.В. Комплексная сравнительная оценка методов выбора разбиений при проектировании логических мультиконтроллеров // Идентификация систем и задачи управления (SICPRO'08). М.: ИПУ РАН, 2008. С. 1917–1940.
13. Ватутин Э.И., Волобуев С.В., Зотов И.В. Комплексный сравнительный анализ качества разбиений при синтезе логических мультиконтроллеров в условиях присутствия технологических ограничений // Параллельные вычисления и задачи управления (PACO'08). М.: ИПУ РАН, 2008. С. 643–685.
14. Ватутин Э.И., Титов В.С. Сравнение методов синтеза разбиений параллельных алгоритмов логического управления с использованием двухпараметрических диаграмм // Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации (Распознавание – 2012). Курск: изд-во ЮЗГУ, 2012. С. 138–140.
15. Ватутин Э.И., Титов В.С. Сравнение методов синтеза разбиений граф-схем параллельных алгоритмов с использованием двумерных диаграмм // Известия ЮЗГУ. № 3 (42), 2012. С. 66–74.
16. Ватутин Э.И., Титов В.С. Использование добровольных распределенных вычислений на платформе BOINC для анализа качества разбиений граф-схем параллельных алгоритмов // Параллельные вычисления и задачи управления (PACO'12). М.: ИПУ РАН, 2012. С. 37–54.
17. Ватутин Э.И., Титов В.С. Анализ областей качественного превосходства последовательных эвристических методов синтеза разбиений при проектировании логических мультиконтроллеров // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2015. Т. 58. № 2. С. 115–122. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-2-115-122.
18. Титов В.С., Ватутин Э.И., Валяев С.Ю., Андреев А.Л. Анализ вероятности получения субоптимальных решений при использовании смежной жадной стратегии синтеза разбиений // Оптико-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации (Распознавание – 2015). Курск, 2015. С. 363–365.
19. Vatutin E.I., Valyaev S.Yu., Titov V.S. Comparison of Sequential Methods for Getting Separations of Parallel Logic Control Algorithms Using Volunteer Computing // CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the Second International Conference BOINC-based High Performance Computing:

Fundamental Research and Development (BOINC:FAST 2015). Vol. 1502. Technical University of Aachen, Germany, 2015. pp. 37–51.
20. Ватутин Э.И., Валяев С.Ю., Титов В.С. Анализ результатов применения метода случайного перебора при построении разбиений граф-схем параллельных алгоритмов в зависимости от размерности задачи и силы ограничений // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2016). Самара: изд-во Самарского научного центра РАН, 2016. С. 481–486.
21. Ватутин Э.И., Зотов И.В. Построение матрицы отношений в задаче оптимального разбиения параллельных управляющих алгоритмов // Известия Курского государственного технического университета. Курск, 2004. № 2. С. 85–89.
22. Ватутин Э.И. Оценка качества разбиений параллельных управляющих алгоритмов на последовательные подалгоритмы с использованием весовой функции // Интеллектуальные и информационные системы (Интеллект-2005). Тула, 2005. С. 29–30.
23. Ватутин Э.И. Определение степени параллелизма параллельной граф-схемы алгоритма // Интеллектуальные и информационные системы (Интеллект-2009). Тула: изд-во ТулГУ, 2009. С. 24–26.
24. Ватутин Э.И., Дремов Е.Н., Мартынов И.А., Титов В.С. Метод взвешенного случайного перебора для решения задач дискретной комбинаторной оптимизации // Известия ВолГТУ. Серия: Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь. № 10 (137). Вып. 9. 2014. С. 59–64.
25. Ватутин Э.И., Зотов И.В. Программная система для построения разбиений параллельных управляющих алгоритмов // Идентификация систем и задачи управления (SICPRO’06). М.: ИПУ РАН, 2006. С. 2239–2250.
26. Ватутин Э.И., Зотов И.В. Визуальная среда синтеза разбиений параллельных алгоритмов логического управления // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007613222 от 30.07.07.
27. Vatutin E.I. Constructing Random Sample Parallel Logic Control Algorithms // 11th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad, BOAC’06). Saint-Petersburg, 2006. pp. 162–166.
28. Ватутин Э.И., Журавлев А.Д., Заикин О.С., Титов В.С. Особенности использования взвешивающих эвристик в задаче поиска диагональных латинских квадратов // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2015. № 3 (16). С. 18–30.
29. Пшеничных А.О., Ватутин Э.И. Анализ качества решений метода взвешенного случайного перебора в задаче эвристической оценки хроматического числа графа // Интеллектуальные и информационные системы (Интеллект – 2017). Тула, 2017. С. 20–28.

30. Ватутин Э.И., Титов В.С. Анализ скорости сходимости качества решений эвристических методов в задаче поиска кратчайшего пути в графе // Информационно-измерительные диагностирующие и управляющие системы (Диагностика – 2016). Курск, 2016. С. 19–25.
31. Land A.H., Doig A.G. An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems // Econometrica. Vol. 28. 1960. pp. 497–520. DOI: 10.2307/1910129.