

А.О. Пшеничных, Э.И. Ватутин

E-mail: Alex220697@mail.ru, evatutin@rambler.ru

Юго-Западный государственный университет, Курск

ВЛИЯНИЕ ЦВЕТА ПЕРВОЙ ВЕРШИНЫ ДЛЯ ЖАДНОГО МЕТОДА ОЦЕНКИ ХРОМАТИЧЕСКОГО ЧИСЛА ГРАФА

В работе приводится описание влияния цвета первой вершины на качество решений жадного метода поиска хроматического числа графа. Для разработанных программных реализаций приведены оценки временных затрат и скорости сходимости.

Существует большое количество практических задач, которые можно отнести к задачам теории графов. Одна из них – раскраска графа в минимальное количество цветов, применяемая при разбиении графов, составлении расписаний, компиляции программ, решении задач на базе латинских квадратов и пр.

При использовании жадного метода при обходе вершин графа с каким-либо фиксированным порядком, например, по номерам или по уменьшению степеней вершин всегда будет получено одно и то же решение, а метод имеет последовательный характер. Чтобы сделать метод итерационным, была реализована возможность выбора: окрашивать первую выбранную вершину в первый цвет или во все возможные. При переборе вершин по порядку/по максимуму возможностей/по минимуму цветов раскраска начинается всегда с одной и той же вершины (при случайном переборе зависит от начального значения генератора псевдослучайных чисел), а вершина всегда окрашивается в первый доступный цвет. При использовании N цветов первая выбранная вершина графа будет поочередно окрашена во все цвета, при этом максимальное количество решений, которые может проанализировать метод для заданного графа, увеличится в N раз: для перебора вершин по порядку – с 1 до N ; для перебора вершин в случайном порядке – с $N!$ до $N \cdot N!$; для перебора вершин по максимуму возможностей – с 1 до N ; для перебора вершин по минимуму цветов – с N до N^2 . Данная возможность позволяет существенно увеличить число решений, формируемых жадным методом, без его существенной модификации.

Зависимости средневыборочного хроматического числа χ^* и времени получения решения t от числа итераций C_{\max} приведены на рис. 1 и 2. Вычислительный эксперимент проводился для $K = |\Lambda| = 250$ случайных графов выборки $\Lambda = \{G_1, G_2, \dots, G_K\}$ графов с псевдослучайной структурой размером $N = 40$ вершин и плотностью $d(G) = 0,777$ (здесь Gr_R0 – случайный порядок перебора вершин с назначением первого цвета первой вершине; Gr_R1 – случайный порядок перебора вершин с последовательным назначением N цветов первой вершине; Gr_M0 – порядок перебора вершин по минимуму

доступных цветов с назначением первого цвета первой вершине; Gr_M1 – порядок перебора вершин по минимуму доступных цветов с последовательным назначением N цветов первой вершине.

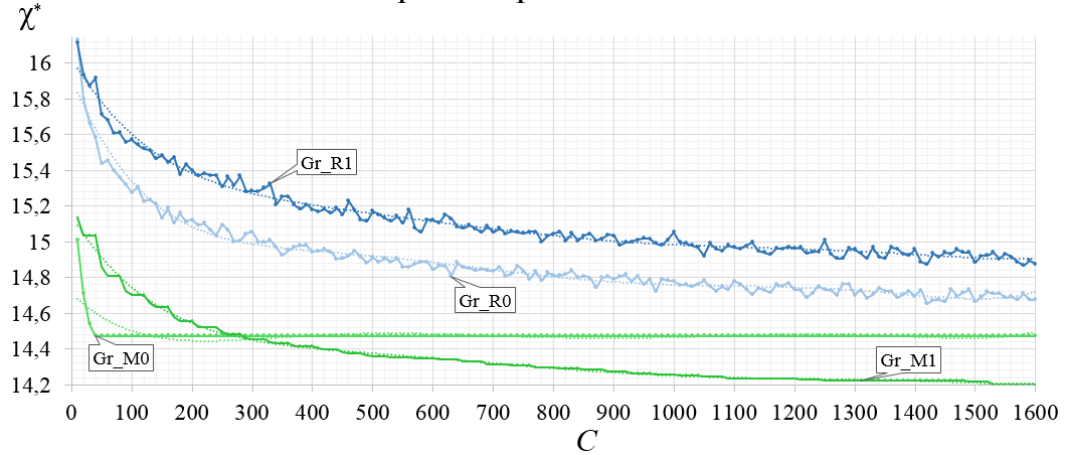


Рис. 1. Зависимость усреднённого хроматического от числа анализируемых решений

Gr_R1 по сравнению с Gr_R0 даёт ухудшение качества на $\approx 1,3\%$ на всем интервале проверки. Gr_M0 существенно увеличивает скорость сходимости, однако лишь до получения N первых решений. Gr_M1 после получения 280 решений в текущих условиях эксперимента обеспечивает получение решений более высокого качества, которое допускает дополнительное улучшение на $\approx 1,9\%$ с ростом числа итераций.

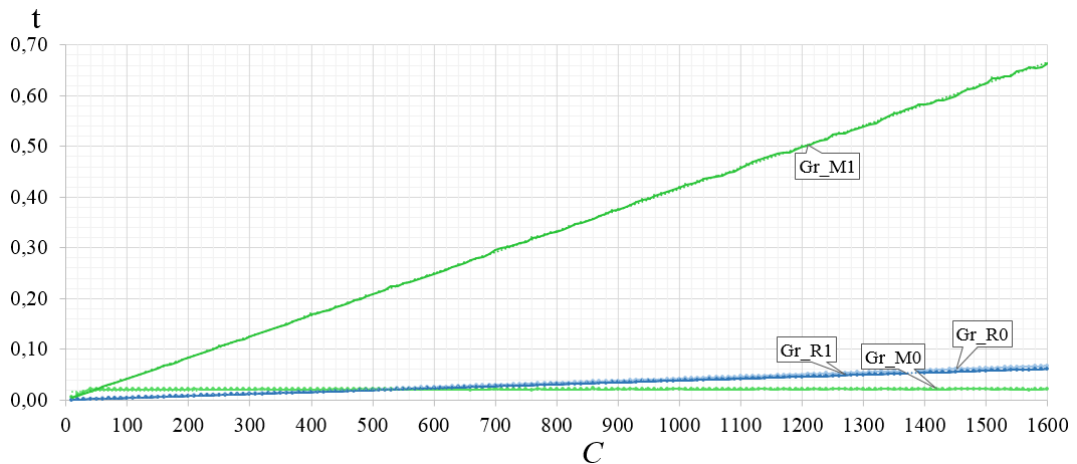


Рис. 2. Зависимость времени нахождения решения (в секундах) от числа анализируемых решений

Для случайного перебора порядка выбора вершин параметр выбора начального цвета не оказывает существенного влияния на время решения, для перебора по минимуму цветов необходимо в $\approx 30,7$ раз больше времени в худшем случае.

-
1. Ватутин Э.И., Титов В.С., Емельянов С.Г. Основы дискретной комбинаторной оптимизации. М.: Аргмак-Медиа, 2016. 270 с.
 2. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновлённые природой. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 446 с.